www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

JAARGANG 25, 1963, no. 3 blz. 65-92 Verschenen 30 juli 1963

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELEND TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUKTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

OPERATIONS RESEARCH

door W. F. SCHALKWIJK *).

65.012.122

In de jaren na de tweede wereldoorlog is onder de naam „Operations Research" een overigens reeds oudere tak van wetenschap tot bloei gekomen en daardoor in de algemene belangstelling komen te staan. In dit artikel wordt getracht, voornamelijk door het bespreken van enkele typerende voorbeelden, een indruk van deze tak van wetenschap te geven.

Het geven van een definitie van „Operations Research" is om twee redenen moeilijk. Ten eerste is het in het algemeen moeilijk een wetenschap nauwkeurig te omschrijven, in het bijzonder zolang zij nog een groeiproces doormaakt. Bij de Operations Research komt daar nog bij, dat zij ten nauwste raakt aan andere, reeds langer bestaande takken van wetenschap, waarnaast zij niettemin een zelfstandige plaats inneemt. Tot deze andere takken van wetenschap behoren b.v.: de bedrijfseconomie, de wiskundige statistica, de cybernetica („stuurkunde") en de als „human engineering" aangeduide onderzoekingen.

Met al deze activiteiten heeft de Operations Research gemeen dat zij een „bestuurskunde" is, die zich bezighoudt met de wijze hoe grotere of kleinere organisaties dienen te worden geleid. De kenmerken waardoor zij zich van die takken van wetenschap onderscheidt, zijn echter niet gemakkelijk kort samen te vatten: men heeft er veeleer een heel artikel voor nodig, zoals het onderhavige. Deze moeilijkheid van definitie is ook de reden waarom we de naam „Operations Research", verder kortheidshalve door O. R. aangeduid, liever onvertaald laten.

Met de statistica heeft de O. R. gemeen dat de wiskunde en in het bijzonder de waarschijnlijkheidsrekening er een centrale positie in inneemt. Zij onderscheidt zich ervan doordat zij vrij kiesbare mogelijkheden analyseert en vergelijkt, met de bedoeling de meest economische te selecteren. In verband daarmee wordt de O. R. ten onzent ook wel besliskunde genoemd. Wij zijn echter niet van mening dat dit woord de O. R. bevredigend omschrijft. De O. R. is veeleer het wetenschappelijke onderzoek dat aan het nemen van beslissingen voorafgaat.

In het volgende zullen we eerst iets zeggen over het ontstaan en de ontwikkeling van de O. R. Dit zal reeds door een specifiek voorbeeld worden geïllustreerd. Daarna zullen we nog wat meer gedetailleerd drie onderdelen van de O. R. bespreken. Ten slotte volgt een kort overzicht der overige onderwerpen die tot het werkterrein van deze wetenschap behoren.

Ontstaan en ontwikkeling van de O. R.

De opkomst van de O. R. als een specialistisch vak, waaraan vele onderzoekers hun tijd geven, valt omstreeks het begin van de tweede wereldoorlog. Maar onderzoekingen op bepaalde gebieden die nu tot de O. R. worden gerekend, werden reeds eerder gedaan. Zo begon het onderzoek over wachttijden, dat nu een belangrijk onderdeel van de O. R. is, reeds in 1909 met de bestudering van het telefoonverkeer door de Deen Erlang [1]). De Amerikaan Camp publiceerde de naar hem genoemde formule voor de economisch optimale seriegrootte bij voorraad- en produktiebeheer [2]) reeds in 1922, en de Engelsman Lanchester schreef in 1916 zijn bekend geworden werk: „Aircraft in warfare — the dawn of the fourth arm" [3]). Op de eerstgenoemde twee onderwerpen zullen we ingaan in de twee volgende hoofd-

*) Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

[1]) A. K. Erlang, Nyt Tidsskrift for Matematik **B 20**, 33, 1909.

[2]) W. E. Camp, Determining the production order quantity, Management Engng. **2**, 17-18, 1922.

[3]) F. W. Lanchester, Aircraft in warfare — the dawn of the fourth arm, Constable, Londen 1916. Zie ook: P. M. Morse en G. E. Kimball, Methods of Operations Research, Chapman & Hall, Londen 1951, hoofdst. 4.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

stukken. Het werk van Lanchester willen we hier iets nader bespreken, aangezien het een treffende illustratie geeft van het feit dat de O. R. tot resultaten kan voeren die zeker verrassend mogen worden genoemd.

Een der door Lanchester beschouwde situaties was de volgende. Er zijn twee verzamelingen x en y van objecten, b.v. vliegtuigen, die elkaar beschieten, en we nemen aan dat de afneming per tijdseenheid van iedere verzameling evenredig is met de grootte van de andere verzameling. De vraag is dan, hoe x en y met de tijd afnemen gedurende het gehele verloop van de strijd. Uit de genoemde onderstelling volgen de twee elementaire differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{dx}{dt} = -a_1 y\,, \qquad \frac{dy}{dt} = -a_2 x\,.$$

Hieruit kan dt gemakkelijk worden geëlimineerd. Stellen we bovendien ter vereenvoudiging $a_1 = a_2$, dan krijgen we de enkelvoudige vergelijking:

$$x\,dx = y\,dy,$$

waarvan de oplossing is:

$$x^2 - y^2 = x_0^2 - y_0^2.$$

Hierin zijn x_0 en y_0 de aanvangsgrootten van de twee verzamelingen. Stel nu eens dat bij het begin van de „operaties" de partij x_0 de grootste was ($x_0 > y_0$), dan is aan het eind, als y nul geworden is, de resterende grootte van x:

$$x_e = \sqrt{x_0^2 - y_0^2}\,.$$

De verhouding van de totale verliezen blijkt hierbij te zijn:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_0}{x_0 - x_e} = \frac{x_0}{y_0} + \sqrt{\left(\frac{x_0}{y_0}\right)^2 - 1}\,.$$

Wij zien hieruit dat van de zwakste partij niet alleen de relatieve, maar ook de absolute verliezen het grootst zijn. Stel als voorbeeld $x_0 = 200$ en $y_0 = 100$. De sterkte van x bedraagt dan nog 173 eenheden als y tot nul gereduceerd is. De grote betekenis van een overmacht blijkt hieruit wel bijzonder duidelijk. Nu was deze betekenis uiteraard ook vroeger wel bekend; dat zij kwantitatief zo groot is, heeft echter eerst de O. R. geleerd. In de tweede wereldoorlog hebben de door de O. R. verkregen inzichten een belangrijke rol gespeeld. Het varen in convooien en het opereren met grote concentraties van duikboten waren op dergelijke inzichten gebaseerd.

Het aan Lanchester ontleende voorbeeld toont een algemene trek van de werkwijze van de O. R., nl. dat men een gecompliceerd proces benadert of simuleert door middel van een eenvoudiger mathematisch model, waarvan kan worden aangenomen dat het er een voldoende overeenkomst mee vertoont. Het werkelijke proces toonde bij dit voorbeeld reeds het essentiële kenmerk dat trefkansen (waarschijnlijkheden) er een rol in speelden. Vaak heeft men bij industriële processen te doen met een meer gecompliceerde vorm van waarschijnlijkheid dan een eenvoudige, constant blijvende trefkans, zoals bij het gegeven voorbeeld werd aangenomen. Een bekend voorbeeld van zulk een grotere complicatie vindt men bij het telefonisch verkeer.

Stel dat men een kleine telefooncentrale heeft waar gemiddeld één maal per minuut een gesprek, al dan niet automatisch, wordt aangevraagd. Bij een gemiddelde gespreksduur van vier minuten zou men wellicht kunnen menen met een capaciteit van vier gelijktijdig lopende gesprekken te kunnen volstaan. In werkelijkheid zal de capaciteit veel groter moeten zijn indien men de abonnees niet vaak wil doen wachten op het tot stand komen van de verbinding. Naast de fluctuerende gespreksduur is hier vooral het onregelmatig binnenkomen van de aanvragen de oorzaak van moeilijkheden. Aanstonds zullen we bij de bespreking van het wachttijdenprobleem op deze kwestie terugkomen.

Bij de behandeling van dergelijke vraagstukken, waarin statistische fluctuaties een rol spelen, neemt de theorie der stochastische processen een centrale plaats in. Deze benaming houdt verband met het Griekse woord „stochasmos", dat gissen, raden of mikken aanduidt. Men beschouwt in die theorie variabelen of systemen die successievelijk een aantal waarden of toestanden kunnen aannemen; de waarschijnlijkheid van het intreden van een dezer toestanden kan daarbij nog afhangen van de voorafgaande toestanden. Bij een telefooncentrale kan deze toestand zijn: het aantal gesprekken dat op een bepaald tijdstip wordt gevoerd.

Daar de wiskundige behandeling der stochastische processen spoedig zeer gecompliceerd wordt, tracht men deze wel te imiteren (simuleren) met behulp van experimenten. Zo kan men een elektronische rekenmachine op gezette tijden een keuze laten doen uit een aantal toegelaten mogelijkheden (tussentijden, bewerkingstijden, enz.). Op deze wijze wordt het proces als het ware voortgebracht. Door dit experiment een aantal malen te herhalen, kan men zich een beeld vormen van wat zich in de praktijk zal voordoen. Het simuleren van stochastische processen wordt Monte-Carlomethode genoemd. Deze benaming is ontleend aan een derge-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

lijke methode, die in 1943 werd toegepast voor het simuleren van een kernfysisch proces en die de codenaam Monte Carlo droeg.

Naast deze processen behoren nog tot het terrein van de O. R. talrijke problemen die met behulp van meetkundige of van topologische methodes tot een oplossing kunnen worden gebracht. In het volgende zullen we bij de behandeling van de lineaire programmering daarvan een eenvoudig voorbeeld zien. In het algemeen hebben we hierbij te doen met het zo gunstig mogelijk organiseren („planning") van een industriële activiteit. In het bijzonder kan hierbij ook de volgorde waarin bepaalde bewerkingen moeten worden uitgevoerd, een rol spelen.

Bij deze algemeenheden zullen we het nu laten en overgaan tot een meer concrete behandeling van enkele onderdelen van de O. R.

Wachttijden [4])

Vele industriële en andere activiteiten hebben de vorm van een min of meer regelmatige stroom van opdrachten („karweien"), die bij een bepaald punt aankomen ter afhandeling. Voorbeelden hiervan zijn: binnenkomende gesprekken in een telefooncentrale, opdrachten in een werkplaats, schepen die in een haven moeten worden gelost, verkeer dat een kruispunt moet passeren, enz. Een dergelijk punt van afdoening wordt in het algemeen een „loket" (soms ook „servicepunt") genoemd. Zoals we reeds zagen, zijn er twee voortdurend fluctuerende tijden die de gang van zaken bepalen, nl. de tussentijden waarmee de karweien binnenkomen, en de bewerkingstijden („servicetijden"), die voor afhandeling nodig zijn.

Men kan nu in een diagram zoals in *fig. 1* is aangegeven, het verloop van het binnenkomen der karweien voorstellen. In fig. 1 is op de verticale as het volgnummer k van de binnenkomende karweien aangegeven, terwijl horizontaal zowel de tussentijd als de bewerkingstijd is uitgezet. Eenvoudigheidshalve is hier aangenomen dat de tussentijden, door stippellijnen aangeduid, onderling gelijk zijn. We zien in dit geval direct dat als alle bewerkingstijden kleiner zijn dan de tussentijden, er nooit behoeft te worden gewacht (in de figuur $k = 1$, 2 en 3). Steeds komt de volgende karwei pas nadat de voorgaande reeds is afgehandeld. Bij een langer durende karwei echter, zoals no. 4, komt de volgende binnen terwijl men nog met no. 4 bezig is. Dit betekent dat no. 5 moet wachten. Hierdoor kan zoveel vertraging ontstaan dat ook no. 6 en eventueel zelfs no. 7 zal moeten wachten. Alleen wanneer er weer enkele kortdurende karweien binnenkomen, zal er aan het wachten een einde komen.

Het is niet moeilijk in te zien dat de noodzaak tot wachten kan optreden terwijl toch de gemiddelde bewerkingstijd korter is dan de (constante) tussentijd. Dit is klaarblijkelijk een gevolg van de omstandigheid dat de bewerkingstijden in lengte variëren, d.w.z. een spreiding vertonen. Het zal eveneens duidelijk zijn dat het probleem van de wachttijden nog klemmender zal worden wanneer ook de tussentijden een spreiding vertonen. Hierop zullen we nu wat verder ingaan.

In de praktijk heeft men meestal te doen, althans ten naastebij, met een gang van zaken waarbij het tijdstip van binnenkomst van een opdracht geheel onafhankelijk is van dat der voorafgaande of volgende opdrachten. Neemt men daarnaast aan dat niettemin de gemiddelde duur van de tussentijden, in opeenvolgende lange tijdvakken beschouwd, constant is, dan blijkt dat de verdeling

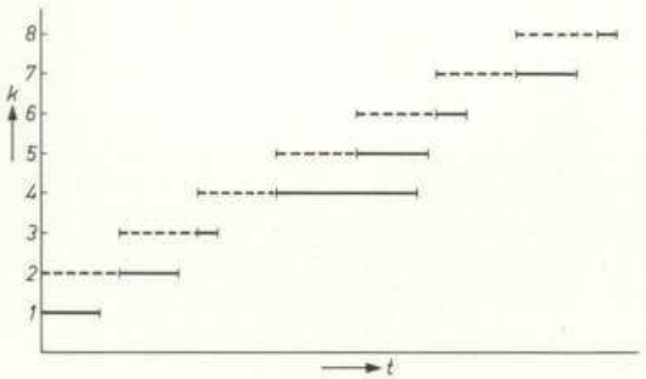

Fig. 1. Schetsmatige voorstelling van het binnenkomen van opdrachten („karweien", met volgnummer k) met constante tussentijden (gestippeld), maar variërende bewerkingstijden (getrokken).

der tussentijden over alle mogelijke waarden een exponentiële functie is. Deze exponentiële functie is een bijzonder geval van een algemenere verdelingsfunctie, die bekend is als Poisson-distributie [5]). In verband daarmee spreekt men bij het wachttijdenprobleem ook van Poisson-binnenkomst der karweien.

Stel dat er gemiddeld m opdrachten per tijdseenheid, b.v. per uur, binnenkomen (de gemiddelde tussentijd is dan $1/m$). Noemt men nu $p(t)\mathrm{d}t$ de kans dat na binnenkomen van een opdracht (karwei) de volgende binnenkomst valt in het tijdsinterval

[4]) Een beknopt overzicht van dit gebied vindt men in: D. R. Cox en W. L. Smith, Queues, Methuen, Londen 1961.

[5]) Zie b.v. W. Feller, An introduction to probability theory and its applications, Wiley, New York 1961, dl. I, hoofdst. 17.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

tussen t en $t + \mathrm{d}t$, dan is deze kans volgens Poisson gegeven door:

$$p(t)\mathrm{d}t = m\,\mathrm{e}^{-mt}\,\mathrm{d}t\,. \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

De functie $p(t)/m = \mathrm{e}^{-mt}$ is in *fig. 2* getekend.

Als voorbeeld nemen we eens $m = 10$ binnenkomsten gemiddeld *per uur*. De kans dat na een binnenkomst de eerstvolgende binnenkomst reeds *in de eerste minuut* valt, is volgens verg. (1): $10/60 = 17\%$. Deze grote kans op een snelle opeenvolging van twee binnenkomsten is wel een verrassend resultaat. Nog duidelijker wordt dit wanneer

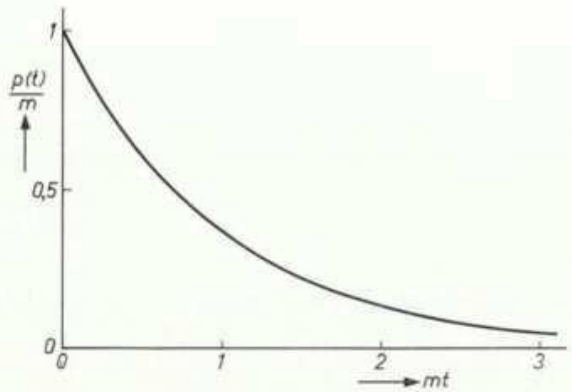

Fig. 2. Bij het optreden van m ongeordende gebeurtenissen per tijdseenheid is de kans $p(t)\mathrm{d}t$ dat vanaf een willekeurig tijdstip de eerstvolgende gebeurtenis valt in het interval tussen t en $t+\mathrm{d}t$, gegeven door $m\,\mathrm{e}^{-mt}\mathrm{d}t$. Deze waarschijnlijkheidsverdeling is een bijzonder geval van een meer algemene verdeling, de zg. Poisson-distributie. De grafiek laat zien dat *kleine* intervallen tussen de gebeurtenissen het meest waarschijnlijk zijn. Dat de gemiddelde tussentijd $\bar{t} = 1/m$ toch vrij groot is, hangt samen met de relatief grote bijdrage tot $\bar{t}$ die de tamelijk zeldzame zeer lange intervallen leveren. Een gevolg van deze intervallenverdeling is dat ongeordendheid vaak de indruk geeft van stelselmatige groepsvorming.

men uit verg. (1) de kans berekent op een eerstvolgende binnenkomst b.v. in de *zevende* minuut ($mt = 1$): deze kans blijkt reeds tot 6% te zijn gedaald. Hieruit zien we dat bij ongeordende of Poisson-binnenkomst er een schijnbare tendens zal bestaan tot „groepsvorming" bij de aangeboden karweien. Dit is een bekend verschijnsel, dat noodzakelijk voert tot ruime dimensionering van telefooncentrales, werkplaatsen enz., wanneer men de wachttijden kort wil houden.

De algemene Poisson-verdeling geeft aan hoe groot de kans is dat in een tijdsinterval t het aantal binnenkomende opdrachten k bedraagt. Deze kans is:

$$P(t,k) = \frac{\mathrm{e}^{-mt}(mt)^k}{k!}$$

Stelt men hierin $k = 0$, dan vindt men: $P(t,0) = \mathrm{e}^{-mt}$. Om nu de door (1) gegeven kans te vinden, gaan we eerst na hoe groot de kans is op juist één binnenkomst in een zeer klein interval $\mathrm{d}t$. Deze is: $P(\mathrm{d}t,1) = m\mathrm{d}t$, zoals te verwachten viel. Volgens de regel van de samengestelde waarschijnlijkheid wordt dan de kans op de eerstvolgende binnenkomst in het interval tussen t en $t + \mathrm{d}t$:

$$p(t)\mathrm{d}t = P(t,0)\,P(\mathrm{d}t,1) = m\,\mathrm{e}^{-mt}\mathrm{d}t\,.$$

Dit geldt vanaf ieder willekeurig tijdstip, dus ook vanaf dat van iedere binnenkomst. Daarmee is de exponentiële verdeling (1) afgeleid uit de algemene formule van Poisson.

De genoemde noodzaak wordt nog duidelijker als we nu een binnenkomst der karweien volgens Poisson combineren met een willekeurige tijdsduurverdeling der bewerkingstijden. De gemiddelde wachttijd $\bar{w}$ wordt in dat geval gegeven door de formule van Pollaczek-Khintchine [6]):

$$\frac{\bar{w}}{\bar{t}} = \frac{\varrho}{2(1-\varrho)}\left(1 + \frac{\sigma^2}{\bar{t}^2}\right), \quad \ldots \quad (2)$$

Hierin is $\bar{t}$ de gemiddelde bewerkingstijd, ϱ de „bezettingsgraad" van het loket, d.i. de verhouding tussen $\bar{t}$ en de gemiddelde tussentijd $(1/m)$ der binnenkomsten, en σ de spreiding van de bewerkingstijden. Deze spreiding is gedefinieerd door:

$$\sigma^2 = \int_0^\infty \varphi(t)\,(t-\bar{t})^2\,\mathrm{d}t\,,$$

waarbij $\varphi(t)\mathrm{d}t$ de fractie is van de voorkomende bewerkingstijden liggende tussen t en $t + \mathrm{d}t$.

In overeenstemming met wat reeds werd besproken, doet verg. (2) zien dat bij een groter wordende spreiding σ in de bewerkingstijd ook de gemiddelde wachttijd toeneemt. Uit de betrekking volgt verder de merkwaardige conclusie dat bij een bezettingsgraad van 100% van het loket ($\varrho = \bar{t}m = 1$) de wachttijden oneindig lang zullen worden. Nogmaals blijkt hier dus de noodzakelijkheid van overcapaciteit bij de verwerkende apparatuur. Deze overcapaciteit kan in werkplaatsen eventueel nog nuttig worden gebruikt voor werkzaamheden die geen enkele haast hebben („stopwerk").

Speciaal voor een exponentiële verdeling van de bewerkingstijden kan men nog een derde belangrijke conclusie uit formule (2) trekken. Stelt men $\bar{t} = 1/n$, dan geldt in verband met (1) voor zulk een verdeling: $\varphi(t)\mathrm{d}t = n\mathrm{e}^{-nt}\mathrm{d}t$, en uit de definitie van σ^2 volgt dan $\sigma = \bar{t}$. Formule (2) gaat derhalve over in de eenvoudiger vorm:

$$\frac{\bar{w}}{\bar{t}} = \frac{\varrho}{1-\varrho},$$

en men ziet nu dat, bij een vaste waarde van de bezettingsgraad ϱ, de gemiddelde wachttijd evenredig wordt met de gemiddelde bewerkingstijd.

---

[6]) Zie b.v. D. G. Kendall, Some problems in the theory of queues, J. Roy. Statist. Soc. **B 13**, 151-173, 1951.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Dit inzicht veroorlooft ons direct de consequenties te overzien van de bekende maatregel om twee wachtrijen, ieder voor één loket, samen te voegen tot één rij, die door de twee „parallel geschakelde" loketten wordt bediend: de het eerst aan de beurt zijnde karwei wordt afgehandeld door het eerstvrijkomende loket. Voor grote waarden van ϱ, waarbij meestal een lange wachtrij aanwezig is, kan men dan bewijzen dat bij benadering beide loketten samen fungeren als één loket, eveneens met een exponentiële verdeling der bewerkingstijden, maar met de halve gemiddelde bewerkingstijd. Daar in dit geval bovenstaande eenvoudiger vorm voor verg. (2) weer geldt, zien we dat nu ook de gemiddelde wachttijd is gehalveerd. Men kan hieruit concluderen dat één grote werkplaats sneller zal werken dan twee kleinere met ieder de helft van de apparatuur. Dit is een voorbeeld van het voordeel van concentratie. Bij de bespreking van het aan Lanchester ontleende voorbeeld zagen we reeds iets dergelijks. Deze concentratie of centralisatie is een der grondslagen van de moderne bedrijfsorganisatie. Grenzen worden hier gesteld door andere factoren dan we in het bovenstaande hebben beschouwd. Menselijke eigenaardigheden kunnen b.v. een rol gaan spelen; men denke aan de zg. wet van Parkinson!

Een ietwat afwijkend voorbeeld van de gegeven theorie is het geval waarbij een monteur de taak heeft een aantal machines te onderhouden en zo nodig te repareren. Het kan daarbij voorkomen dat een tweede machine defect raakt terwijl de monteur nog met een reparatie bezig is. Met behulp van verg. (2) kan men nu schatten of berekenen hoe lang de machines gemiddeld buiten bedrijf zullen staan. Uiteraard spelen het aantal en de soort der machines daarbij een rol. De wenselijkheid van het aanstellen van een tweede monteur kan op deze wijze kwantitatief worden onderzocht.

Een andere vorm van wachttijd treedt op wanneer de opdrachten op de besproken wijze onregelmatig binnenkomen doch gezamenlijk moeten wachten tot een bepaald tijdstip, om dan alle gelijktijdig te worden behandeld. Dit vindt men bij alle soorten vervoersfaciliteiten: trein, bus, vliegtuig, post, enz. Men noemt dit type wachttijd dan ook: perronwachttijd of stapelwachttijd.

Een derde type wachttijd vindt men ten slotte nog in het geval dat de dienstverlening eerst in werking treedt wanneer een vaste hoeveelheid („batch") van opdrachten aanwezig is. Alle opdrachten moeten dan wachten tot de laatste is binnengekomen. Dit vindt men b.v. bij het vervoer van gezelschappen met touringcars. Vandaar de naam: touringcarwachttijd. Een ander geval hiervan is de gereageld optredende vertraging bij het publiceren van boeken en tijdschriften. Ook voor deze soort wachttijden kunnen wiskundige berekeningen worden ontwikkeld.

Voorraadbeheer [7])

In het voorgaande hebben we gezien dat bij fluctuerende binnenkomst der opdrachten lange wachttijden kunnen worden vermeden door concentratie van loketten of, wanneer men hiermee niet verder kan gaan, door het zorgen voor een overcapaciteit. Dit laatste is uiteraard weinig economisch. Heeft men te doen met het vervaardigen of repareren van identieke produkten of onderdelen, dan is het aanleggen van voorraden een geschikte methode om lange wachttijden te voorkomen. Dit is natuurlijk niet mogelijk b.v. bij het tot stand brengen van telefonische verbindingen. Overcapaciteit is dan een dwingende eis. Bij de fabricage van radioapparaten, gloeilampen, enz., zal men echter in het algemeen wèl voorraden aanleggen. Zulke voorraden, die dienen om wachttijden te voorkomen als er fluctuaties in de vraag optreden, worden buffervoorraden genoemd. Ze kunnen zowel dienen voor het opvangen van snelle statistische fluctuaties (b.v. Poisson-binnenkomst) als van langzame fluctuaties (b.v. seizoensinvloeden).

Er is echter nog een geheel andere reden waarom men in de industrie veelal tot voorraadvorming overgaat. Deze hangt samen met het feit dat in een fabriek of werkplaats meestal meer dan één produkt vervaardigd wordt. Bij het overgaan van het ene produkt op het andere treden steeds tijd- en andere verliezen op. Machines moeten anders worden ingesteld, aanvankelijk kan meer uitval optreden, en meestal zijn er bovendien administratieve onkosten die met de overgang samenhangen. Al deze extra kosten zijn geheel of nagenoeg onafhankelijk van de grootte van de serie die men gaat fabriceren. Deze omstel-, aanvangs- of initiaalkosten worden vaak de vaste kosten genoemd. Deze zowel als de overige, variabele, kosten hebben dus steeds betrekking op *de gehele serie* die zonder onderbreking wordt vervaardigd. (Deze benamingen kunnen soms verwarring geven, daar ze met betrekking tot de kosten *per stuk* juist omgekeerd zouden moeten worden gekozen!)

Om nu de vaste kosten relatief laag te houden, zal men bij voorkeur grote series produceren, d.w.z. intermitterend grote voorraden doen ontstaan. (Deze voorraden, die in principe dus geen

[7]) C. W. Churchman, R. L. Ackoff en E. L. Arnoff, Introduction to Operations Research, Wiley, New York 1957, Part IV.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

buffervoorraden zijn, worden seriegroottevoorraden genoemd.) Maar al te ver kan men hiermee niet gaan: het op voorraad houden zelf brengt eveneens kosten mee. Magazijnen moeten worden gebouwd en onderhouden, en het nodige personeel wordt groter. Bovendien vertegenwoordigen de voorraden een renteloos kapitaal. Daarnaast komt nog de mogelijkheid van bederf, onvoorziene vermindering van vraag of zelfs onverkoopbaar worden van het produkt. Zeer grote voorraden zal men in het algemeen dus weer als oneconomisch dienen te zien. Het is dus aannemelijk dat er optimale seriegrootten zullen bestaan, waarbij de totale kosten per geproduceerde eenheid een minimum bereiken.

We willen dit met ietwat geïdealiseerde onderstellingen wat nader uitwerken. Daartoe voeren we de volgende symbolen in:

F = totale vaste kosten per serie bij het in produktie brengen,
C_i = bewaarkosten per stuk per tijdseenheid,
D = de hoeveelheid van het produkt die per tijdseenheid wordt gevraagd, kortweg: „de vraag",
Q = de seriegrootte.

Eenvoudigheidshalve nemen we aan dat de vraag D naar het produkt constant is. Het probleem is nu, de optimale seriegrootte, overeenkomend met een minimum van de totale kosten per stuk, uit te drukken in F, C_i en D.

De variabele kosten per serie, die juist corresponderen met de constant blijvende kosten per stuk (materialen, stukloon, enz.), kunnen bij de berekening buiten beschouwing blijven. We hebben alleen te maken met de bijkomende produktiekosten per stuk en de gemiddelde bewaarkosten per stuk. Voor de eerste kunnen we direct schrijven F/Q; om ook de tweede uit te drukken in de genoemde gegevens, beschouwen we het verloop van de voorraad, dat in *fig. 3* is voorgesteld. Daarbij is aangenomen, dat de produktietijd zeer klein is ten opzichte van de maximale bewaartijd Q/D en dat, ter vermijding van wachttijden, onmiddellijk na uitputting van de voorraad weer een hoeveelheid Q gefabriceerd wordt. De gemiddelde bewaartijd zal de helft van de maximale zijn, dat wil zeggen $Q/2D$, de gemiddelde bewaarkosten bedragen dus $C_iQ/2D$, en voor de totale bijkomende produktie- en bewaarkosten per stuk vinden we de uitdrukking:

$$\frac{F}{Q} + \frac{C_i Q}{2D}.$$

Deze uitdrukking heeft als functie van Q de bekende vorm: $ax + b/x$. Zij heeft een minimum voor een bepaalde waarde van x, resp. Q, die door differentiëren gemakkelijk kan worden bepaald. Men vindt aldus voor de optimale seriegrootte:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DF}{C_i}}. \quad \ldots\ldots (3)$$

Deze formule werd reeds in 1922 door Camp afgeleid, maar vond toen nog weinig belangstelling [2]).

Bij de afleiding van de formule en in fig. 3 zijn vereenvoudigende onderstellingen gemaakt. Zo zal men in het algemeen al tot fabricage van een volgende serie overgaan vóór de gehele voorraad is verbruikt. Deze procedure is wenselijk wanneer men niet het risico wil lopen op sommige tijdstippen in het geheel niet te kunnen leveren. Niettemin geeft verg. (3) een voldoende duidelijk beeld van de meest doelmatige werkwijze.

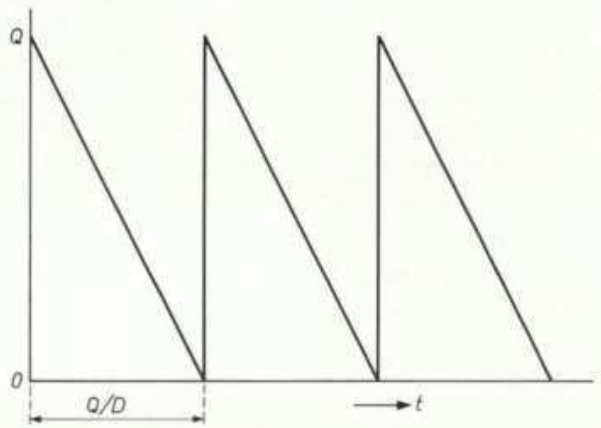

Fig. 3. Het verloop van de voorraad van een produkt als functie van de tijd, als er uit de voorraad voldaan wordt aan een constante vraag D en telkens een serie van constante grootte Q wordt aangemaakt zodra de voorraad tot nul geslonken is.

Bij benadering kan de formule ook worden toegepast voor het reeds genoemde geval van een perronwachttijd, b.v. in de letterlijke betekenis bij de organisatie van het treinvervoer. Daartoe dient men in fig. 3 het tijdsverloop van rechts naar links te denken. Q^* komt dan overeen met de meest economische treingrootte, D met het aantal reizigers per uur, F met de vaste kosten bij het doen rijden van een trein en C_i ten slotte met de onkosten door tijdverlies, door de noodzaak van wachtkamers enz., per reiziger en per uur. Dit doet zien hoe in de O. R. schijnbaar geheel verschillende problemen met een zelfde model kunnen worden behandeld.

Een zekere overeenkomst met het vraagstuk der optimale seriegrootte vertoont ook het probleem van de gunstigste omschakeltijd bij verkeerslichten. Ook daar kan men tot op zekere hoogte spreken over vaste en variabele tijdverliezen. Zo is

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

er een bepaalde tijd nodig om de wachtende rij voertuigen in beweging te doen komen. Bij snel omschakelen van groen op rood licht kan het verkeer niet op gang komen en wordt de wachttijd oneindig lang. Voert men echter een zeer lange omschakeltijd in, dan wordt de gemiddelde wachttijd ook weer zeer groot. Het ligt dus voor de hand dat, afhankelijk van de verkeersdichtheid, een optimale omschakeltijd zal bestaan, waarbij de gemiddelde wachttijd het kleinst wordt.

Lineaire programmering [8])

In het voorgaande hebben we gezien dat de O. R. het mogelijk maakt voor een bepaalde grootheid, die vrij kan worden gekozen, b.v. een seriegrootte, de meest economische waarde te bepalen. Het behandelde geval is een voorbeeld van wat meer algemeen een optimalisering kan worden genoemd. Meestal heeft men daarbij te doen met het gelijktijdig optimaliseren van meer dan één grootheid. Aan de hand van een overzichtelijk praktisch geval zullen we daarvan nu een voorbeeld geven. Tevens illustreert dit een algemene methode, die onder de benaming lineaire programmering bekendheid heeft verkregen [9]).

We beschouwen een onderneming die jaarlijks een betrekkelijk klein aantal exemplaren van een produkt vervaardigt, waarvoor de vraag een sterke seizoensafhankelijkheid vertoont. Verder nemen we aan dat de normale produktiecapaciteit per jaar gelijk is aan de totale vraag over een jaar. Daar het produkt groot van omvang is, is het bewaren gedurende enkele maanden kostbaar, zodat het voordeliger kan zijn gedurende bepaalde periodes overwerk te doen verrichten, hoewel ook dat extra kosten meebrengt. Maar ook de mogelijkheid tot overwerk, die we weer de overcapaciteit zullen noemen, is beperkt.

Het probleem is nu, te onderzoeken hoeveel en in welke tijd van het jaar overgewerkt moet worden om te bereiken dat de totale extra kosten voor overwerk en bewaren een minimum worden. Daar dit onderzoek reeds spoedig gecompliceerd wordt, geven we in *tabel I* voor een betrekkelijk eenvoudig geval een overzicht van de gegevens die van belang zijn. Daarbij is het jaar verdeeld in periodes van vier maanden („trialen"). Dit lijkt wat ongewoon; de reden ervoor is het beperken van het aantal

Tabel I. Gegevens van het produktieprobleem.

Triaalnummer	1 (jan.-apr.)	2 (mei-aug.)	3 (sept.-dec.)
vraag (omzet)	6	9	15
normale produktiecapaciteit	10	10	10
overcapaciteit	3	3	3

der veranderlijke grootheden tot twee, zoals aanstonds zal blijken.

We onderstellen dat de extra kosten bij produktie in overwerk per stuk a zijn, terwijl de magazijnkosten voor het overhevelen naar een volgend triaal per stuk b bedragen.

Daar per triaal niet méér dan 13 stuks kunnen worden gefabriceerd, zullen ten behoeve van de levering van 15 stuks in het derde triaal ten minste 2 stuks in de voorafgaande trialen moeten worden aangemaakt. Ook is wel duidelijk dat zeker één daarvan in het tweede triaal zal worden vervaardigd, daar dit geen overwerk meebrengt. We kunnen derhalve stellen:

triaal 1: produktie $= 6 + x$,
triaal 2: produktie $= 9 + 1 + y$,
triaal 3: produktie $= 15 - (1 + y) - x$,

waarbij de volgende beperkingen (nevenvoorwaarden) zullen gelden:

$$\left.\begin{aligned} &0 \leqslant x \leqslant 4, \\ &0 \leqslant y \leqslant 3, \\ &1 \leqslant x + y \leqslant 4. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

De eerste nevenvoorwaarde brengt tot uitdrukking dat het geen zin heeft in het eerste triaal al overwerk te verrichten, aangezien in het tweede triaal voldoende overcapaciteit aanwezig is; de tweede voorwaarde houdt verband met de grootte van die overcapaciteit; de derde voorwaarde zegt dat — uiteraard — in het derde triaal ten minste 10 stuks zullen worden gemaakt en dat er, zoals vermeld, ten minste 2 stuks uit de voorafgaande trialen moeten komen.

De overwerkkosten zullen bedragen:

$$a\ \{y + (4 - x - y)\} = a(4 - x)\,,$$

terwijl de voorraad- of overhevelkosten gegeven zijn door:

$$b\ (2x + y + 1) = 2bx + by + b.$$

De totale extra kosten zijn derhalve:

$$\begin{aligned} E &= x(2b - a) + by + 4a + b \\ &= b\{(2 - a/b)x + y + 1 + 4a/b\} \quad \ldots \quad (5) \end{aligned}$$

Volgens het gestelde probleem moeten we nu x en y zo bepalen dat de kostenfunctie E, die door verg. (5) gegeven is, een minimum wordt, onder in-

[8]) Zie het in [7]) aangehaalde boek, Part V.
[9]) Deze methode is onlangs in dit tijdschrift reeds ter sprake gekomen: H. W. van den Meerendonk en J. H. Schouten, De snijverliezen bij de fabricage van golfkarton, Philips techn. T. **24**, 121-129, 1962 (no. 4/5).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

achtneming van de nevenvoorwaarden (4). Daar zowel (5) als (4) alleen lineaire functies van de onbekenden x en y bevatten, wordt de benaming „lineaire programmering" begrijpelijk.

Door de nevenvoorwaarden (4) wordt in een x-y-vlak een toegelaten gebied vastgelegd, dat de vorm heeft van een veelhoek, daar het door rechte lijnen wordt begrensd. De grenslijnen zijn nl. gegeven door de vergelijkingen: $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$, $y = 3$, $x + y = 1$ en $x + y = 4$. De veelhoek is in *fig. 4* getekend.

We beschouwen nu eerst het bijzondere geval $a/b = 2$, waarbij (5) alleen een functie van y is. De

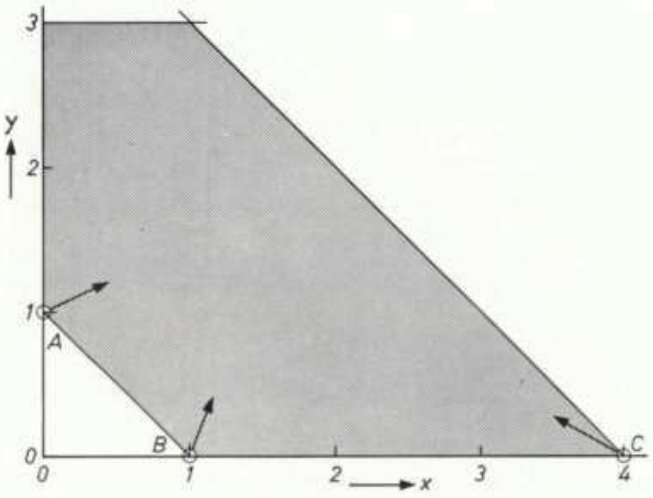

Fig. 4. Ter illustratie van het proces van lineaire programmering. Het gaat om het verdelen van een zekere produktie over drie tijdvakken met variërende vraag, zodanig dat de extra kosten voor overwerk (a per stuk) en die voor het in voorraad houden (b per stuk per tijdvak) in totaal een minimum worden.

In het x-y-vlak (waarin x en y alleen gehele getalwaarden kunnen aannemen) stellen x en y het aantal stuks voor dat in de tijdvakken 1 en 2 méér wordt geproduceerd dan 6, resp. 10. De punten $A(0,1)$, $B(1,0)$ en $C(4,0)$, die alle op de rand van het „toegelaten gebied" liggen, komen overeen met minimale extra kosten in de respectieve gevallen: $0 < a/b < 1$, $1 < a/b < 2$ en $a/b > 2$.

extra kosten E worden dan blijkbaar minimaal voor $y = 0$. Uit de derde nevenvoorwaarde volgt dan dat x naar keuze één der waarden 1, 2, 3 of 4 mag aannemen. Deze, alle even gunstige, punten (x,y) liggen op de onderste horizontale begrenzingslijn van de in fig. 4 getekende veelhoek. Praktisch betekent dit dat in het tweede triaal niet wordt overgewerkt ($y = 0$) en dat het onverschillig is of men in het derde triaal overwerkt dan wel deze produktie in het eerste triaal plaatst. De betrekking $a = 2b$ drukt immers juist uit dat de bewaarkosten in het laatste geval gelijk zijn aan de overwerkkosten bij produktie in triaal 3.

Om nu het algemene geval, met willekeurige waarden a, b, op de meest rationele wijze te behandelen, maken we gebruik van een elementair resultaat uit de theorie der lineaire functies, nl. dat de waarde van de uitdrukking $px + qy + r$ het snelst toeneemt bij voortschrijden langs een lijn waarvan de richtingscoëfficiënt (dy/dx) de waarde q/p heeft. Deze richting staat loodrecht op de lijnen $px + qy + r =$ constant. Toegepast op de kostenfunctie (5), betekent dit dat de kosten het snelst stijgen wanneer we x en y zo variëren dat geldt:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 - a/b}. \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

In verband hiermee kunnen we drie gevallen onderscheiden:

A) De overwerkkosten a zijn kleiner dan de bewaarkosten b, zodat geldt: $0 < a/b < 1$. De door (6) gegeven richting maakt dan een hoek met de x-as die kleiner is dan 45°. Het in fig. 4 aangegeven punt A (0,1) is dan het punt van minimale extra kosten, daar het binnen het toegelaten gebied een extreme positie heeft ten opzichte van deze richting. De bij A getekende pijl geeft de richting van de sterkste kostenstijging aan.

B) De verhouding van a en b is zodanig dat geldt: $1 < a/b < 2$. De door (6) gegeven richting maakt nu een hoek met de x-as liggende tussen 45° en 90°. Op soortgelijke wijze is nu te zien dat het punt B (1,0) datgene is met de minimale extra kosten.

C) Ten slotte resteert nog het geval $a/b > 2$. Het rechterlid van (6) wordt nu negatief, wat aanduidt dat de richting van grootste kostenstijging een hoek groter dan 90° met de x-as maakt. Het punt $C(4,0)$ komt thans overeen met optimale bedrijfsresultaten.

De gevonden resultaten hebben we samengevat in *tabel II*, waarin de meest economische produktie per triaal gegeven is als functie van de verhouding a/b tussen overwerkkosten en voorraadkosten.

Tabel II. Optimale verdeling van de produktie over de drie trialen, voor de drie gevallen.

Triaalnummer	1 (jan.-apr.)	2 (mei-aug.)	3 (sept.-dec.)
Geval A ($0 < a/b < 1$)	6	11	13
Geval B ($1 < a/b < 2$)	7	10	13
Geval C ($2 < a/b$)	10	10	10

We zagen reeds dat in het speciale geval $a = 2b$ men in fig. 4 naar keuze de punten B of C kan nemen, dan wel een der twee tussengelegen punten (2,0) of (3,0). Iets dergelijks geldt voor het speciale geval $a = b$. Men kan dan naar keuze een der punten A of B nemen.

Het behandelde voorbeeld toont hoe men reeds

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

in een eenvoudig geval van bedrijfseconomie tot een tamelijk gecompliceerde wiskundige methodiek komt, hoewel deze hier nog van elementaire aard was. In meer gecompliceerde gevallen, met b.v. meer dan twee onafhankelijke variabelen, zal de methode moeilijker en minder overzichtelijk worden. Toch beschikt men ook dan over methodes om in een eindig aantal stappen met zekerheid de meest economische werkwijze te vinden (Simplex-methode, transportmethode) [8] [9].

Bij alle problemen van lineaire programmering valt de behandeling in twee delen uiteen: de analyse van het probleem, dat wil zeggen het invoeren van de onbekenden alsmede het aangeven van de nevenvoorwaarden, en het eigenlijke optimaliseren, d.w.z. het vinden van de meest economische verdeling of werkwijze. In het besproken voorbeeld zagen we dat dit tweede deel — in het algemeen het moeilijkste — een wiskundig probleem is. Dit maakt duidelijk waarom men bij dit soort problemen dan ook wel spreekt over: „wiskundig programmeren", een jammer genoeg soms misleidende term, wanneer men zich realiseert dat bij het oplossen vaak elektronische rekenmachines gebruikt worden bij welke het „programmeren" een geheel andere betekenis heeft.

Andere gebieden van O.R.

Bij de behandelde voorbeelden uit het grote terrein der O. R. werden bepaalde vereenvoudigende onderstellingen gemaakt, b.v. dat de gemiddelde tijd tussen twee binnenkomende opdrachten aan een loket constant blijft. We kunnen dit ook formuleren door te zeggen dat feitelijk alleen onderdelen van, of geïsoleerde verschijnselen in, industriële organisaties werden beschouwd. In werkelijkheid zal men in het algemeen te maken hebben met wisselwerkingen of koppelingen tussen de afzonderlijke processen. Een dergelijke koppeling kan aan het gehele systeem inherent zijn, maar zij kan ook bewust worden aangebracht. Zo kan men b.v. door een prijsverlaging een te groot wordende voorraad doen afnemen. Ook kan men personeel van een leegstaand loket overbrengen naar een met een lange wachtrij. De bedrijfsleiding kan dus door bewuste ingrepen een organisatie meer economisch doen werken. De verschijnselen die daarbij optreden, zijn verwant aan soortgelijke die reeds bekend waren in de regeltechniek en in de cybernetica. Men spreekt hier wel van „industrial dynamics" [10]. Ongewenste en onvoorziene schommelingen in de industriële activiteit kunnen hierdoor worden onderkend en tegengegaan.

[10]) J. W. Forrester, Industrial dynamics, Wiley, New York 1961.

Een onderdeel van de O. R. dat in een inleidend artikel niet onbesproken mag blijven, is de speltheorie [11]. Deze heeft voornamelijk tot onderwerp de tactieken die door een speler in een kansspel kunnen worden gevolgd (inzetten, bieden enz.) en die in hoge mate de uitslag van het spel kunnen beïnvloeden. Men stelt zich als doel, de tactiek te optimaliseren, waarbij al dan niet rekening kan worden gehouden met de tactiek van een tegenspeler. Zulke onderzoekingen zijn te beschouwen als een verdere ontwikkeling van de klassieke problematiek der kansspelen, die vanouds bekendheid geniet als een belangrijk onderwerp van de waarschijnlijkheidsrekening. Tot die klassieke problemen behoorde b.v. de kwestie van de rentabiliteit van speelbanken. De sterke positie van zo'n bank, zoals die te Monte Carlo, wordt verklaard uit het grote kapitaal waarover zij beschikt: de individuele spelers hebben in het algemeen niet voldoende contant geld om een periode van tegenslag te doorstaan, en hebben zij dat wèl, dan belet de begrenzing van de toegestane inzet hun hiervan te profiteren. Zulke inzichten passen goed bij hetgeen hierboven werd uiteengezet over de betekenis van overmacht en economische concentratie. De genoemde optimalisering van tactieken echter eist nog aanzienlijk gecompliceerder wiskundige hulpmiddelen dan de genoemde klassieke problemen. Tevens hebben de verkregen resultaten, bij geschikte vertaling der ten grondslag gelegde „spelregels", een veel algemenere strekking: toepassingen van de speltheorie op economische en militaire operaties hebben reeds de aandacht getrokken.

De terreinen waarop de O.R. zich beweegt zijn hiermee nog niet uitgeput. We noemen er — zonder volledigheid te kunnen betrachten — nog enkele. Men komt tot een uitbreiding van de theorie der wachttijden als men de (in de praktijk belangrijke) mogelijkheid in aanmerking neemt, de doorlooptijden te beïnvloeden door een optimaal stelsel van prioriteiten. Dit geeft tot geheel nieuwe theorieën aanleiding. Ook de in de laatste tijd naar voren gekomen planningsmethodes voor zeer samengestelde projecten (PERT, „netwerkplanning") vormen een gebied apart. Een ander uitgebreid gebied waar de O.R. steeds meer bijdragen levert, is de theorie van het verkeer in al zijn vormen. Daarbij speelt de wachttijdtheorie natuurlijk een belangrijke rol, zoals hierboven al een enkele maal is aangestipt, maar ook vele andere effecten doen hun invloed gelden. Ten slotte zien we gaandeweg een

[11]) Zie b.v. J. D. Williams, The compleat strategyst, McGraw-Hill, New York 1954. Melvin Dolsher, Games of strategy: theory and applications, Prentice Hall, Eaglewood Cliffs 1961.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

steeds sterkere toenadering tussen O.R. en vakken als b.v. econometrie. Methodes als de bovengenoemde wiskundige programmering vormen reeds een geaccepteerd onderdeel van dat vak.

In het voorgaande is getracht door middel van min of meer in details uitgewerkte voorbeelden een schets van de „Operations Research" te geven. Haar voornaamste taak is: na analyse van de industriële bedrijvigheid de meest economische werkwijzen op te sporen. Daarnaast kan samenvattend worden gezegd, dat het een wiskundig georiënteerde tak van wetenschap is, die verbanden legt tussen reeds lang bestaande vormen van industriële en besturende activiteit. Dit aspect doet de O. R. zeer goed passen in ieder streven naar eenheid van wetenschap.

Samenvatting. De sinds een 20-tal jaren tot bloei gekomen „Operations Research" is nauw verwant met de bedrijfseconomie enerzijds en met de mathematische statistiek anderzijds. Het statistische element wordt geïntroduceerd doordat men in de O. R. steeds te maken heeft met aan fluctuaties onderhevige maatschappelijke activiteit, zoals b.v. het wegverkeer. Daar de O. R. niet alleen wil analyseren, maar ook optimale werkwijzen aangeven, wordt zij tevens een „bestuurskunde". Na een schets van de geschiedenis der O. R., wordt haar werkwijze geïllustreerd door middel van een min of meer in details gaande uitwerking van voorbeelden. Deze zijn ontleend aan de theorie der wachttijden, het voorraadbeheer en de zg. lineaire programmering. In een slotbeschouwing wordt ook nog de speltheorie ter sprake gebracht. Bij de behandeling is er naar gestreefd te doen zien dat voor de O. R. kenmerkend is dat zij verbindingen schept tussen voorheen min of meer geïsoleerde takken van wetenschap.

DE HOORBAARHEID VAN FAZEFOUTEN

621.391.832.22

Bij overbrenging van een signaal via een apparaat of een installatie wenst men dat het uitgangssignaal, op een evenredigheidsconstante na, gelijk is aan het ingangssignaal. In het algemeen is hieraan niet voldaan en treedt vervorming op, welke, zoals bekend is, wordt onderverdeeld in lineaire en niet-lineaire vervorming. Alleen de lineaire vervorming zal hier worden beschouwd.

Om een overbrenging wat betreft de lineaire vervorming te karakteriseren, kan men verschillende wegen inslaan. Bij beeldoverbrenging let men op het signaal als tijdfunctie en gebruikt men de zg. sprongkarakteristiek [1]). Bij overbrenging van geluid let men meer op het signaal als een samengestelde van fouriercomponenten en gebruikt men de frequentiekarakteristiek. De volledige omschrijving van deze laatste is gegeven indien de overbrenging van een sinusvormig signaal naar amplitude en naar faze als functie van de frequentie bekend is. In de praktijk wordt vrijwel alleen op de amplitudekarakteristiek gelet, en men stelt dat de overbrenging voldoende vrij van vervorming is als de amplitudekarakteristiek behoorlijk vlak is, terwijl men de fazekarakteristiek buiten beschouwing laat. Dat dit voor eenvoudige gevallen voldoende is, is in verband met de gehooreigenschappen buiten twijfel. Echter is ook duidelijk dat dit nooit tot een algemeen geldend kriterium kan worden verheven, omdat het mogelijk is voorbeelden aan te geven waarbij de amplitudekarakteristiek vlak is en het uitgangssignaal toch perceptief sterk afwijkt van het ingangssignaal.

Men kan dit illustreren met een signaal waaraan door een apparatuur een nagalm wordt toegevoegd die zo opgebouwd is uit een serie echo's dat de verkregen amplitudekarakteristiek volledig vlak is [2]); het hoorbare verschil met het (nagalmvrije) ingangssignaal moet dan in de mathematische beschrijvingswijze worden geweten aan fazeverschuivingen. Een ander voorbeeld zullen we dadelijk vermelden.

De vraag die zich opdringt, is nu, in welke situatie een fazevervorming nog juist waarneembaar is en hoe hij dan wordt waargenomen; vervolgens, of in de praktijk van de elektroakoestiek fazefouten een invloed hebben op de geluidskwaliteit, die tegenwoordig zo hoog is opgevoerd.

De eerste vraag is voor een eenvoudige fazefout wel te beantwoorden. We hebben luisterproeven gedaan met een overbrenging waarbij met een geheel vlakke amplitudekarakteristiek een min of meer abrupte fazesprong van 360° bij een frequentie ergens in het audiogebied werd geïntroduceerd; zie *fig. 1*. De schakeling waarmee we zulk een overbrenging realiseerden, is in *fig. 2* weergegeven. De fazesprong blijkt geen invloed te hebben bij het beluisteren van een min of meer stationair testsig-

[1]) Zie b.v. J. Haantjes, Het beoordelen van een versterker door middel van de sprongkarakteristiek, Philips techn. T. **6**, 193-201, 1941. Ook: A. van Weel, Fazelineariteit van televisieontvangers, Philips techn. T. **18**, 37-55, 1956.

[2]) M. R. Schroeder en B. F. Logan, „Colourless" artificial reverberation, J. Audio Engng. Soc. **9**, 192-197, 1962 (no. 3).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

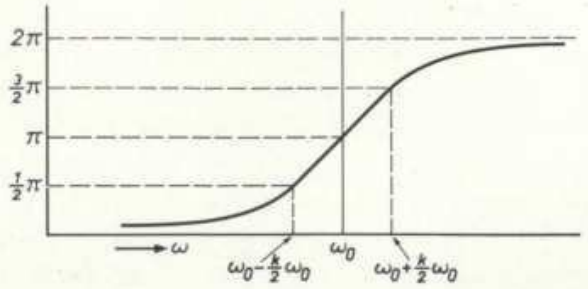

Fig. 1. Fazekarakteristiek waarmee hoorbaarheidsproeven zijn uitgevoerd. Dit fazeverloop, dat een enkele fazesprong van 360° in de omgeving van de hoekfrequentie ω_0 bevat, is eigen aan de overbrengingsfunctie

$$\frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - jk\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + jk\frac{\omega}{\omega_0}}.$$

De parameter k bepaalt de steilheid van de fazesprong. De amplitudekarakteristiek van deze functie is geheel vlak (absolute waarde voor alle frequenties = 1). Deze overbrengingsfunctie kan, zoals men aan de hand van netwerktheorie kan aantonen, op relatief eenvoudige wijze worden gerealiseerd, nl. door juiste combinatie van het ingangssignaal en de responsie van een enkelvoudige *LC*-kring op dat ingangssignaal.

naal. Er is daarentegen wel een hoorbaar effect bij testsignalen waarin veel of grote discontinuïteiten voorkomen. Dit leidt dus naar een beoordeling met sprongfuncties, en op een beschrijving die in feite neerkomt op het gebruik van de aan het begin vermelde sprongkarakteristiek. Bij een sprongvormig ingangssignaal treedt aan de uitgang ten gevolge van het geschetste fazeverloop een uittrilverschijnsel op, waarbij amplitude en decrement sterk afhangen van de steilheid van de fazesprong. Dit verschijnsel blijkt waarneembaar te zijn indien de aan de responsie te constateren uitklinktijd (analoog gemeten als een nagalmtijd, nl. het tijdsverloop waarin het niveau 60 dB daalt) groter is dan ongeveer 50 ms. Deze waarde komt overeen met een steilheid van het fazeverloop van ongeveer 4° per Hz. De waarnemingen zijn daarbij verricht in een echovrije kamer. In een niet-echovrije kamer worden de effecten eveneens hoorbaar, maar pas bij nog steiler verloop van de fazekarakteristiek.

De gestelde vraag is daarmee voor een eenvoudige, zeer speciale fazefout beantwoord, maar een algemeen antwoord voor een willekeurige fazevervorming is, gezien het grote aantal van mogelijkheden, niet te geven.

Beschouw nu de situatie in de praktijk van de elektroakoestiek: daar komt als bron van lineaire vervorming voornamelijk de luidspreker — met zijn grillige amplitude- en fazekarakteristiek — in aanmerking voor een nader onderzoek. Om hierbij uitsluitsel te verkrijgen over de invloed van de fazefouten, hebben wij een methode toegepast die het mogelijk maakt een fazegetrouwe en een fazevervormde weergave, met dezelfde amplitudekarakteristiek, onderling te vergelijken. Deze methode en de gevonden resultaten willen we hier kort beschrijven.

De luidspreker waaraan het weer te geven audiosignaal wordt toegevoerd, is in een echovrije kamer opgesteld. Het geluid dat hij levert, wordt via een microfoon op magnetisch band geregistreerd. De registratie vertoont uiteraard amplitude- en fazeafwijkingen ten opzichte van het origineel, die bepaald zijn niet alleen door de karakteristiek van de luidspreker, maar ook door die van microfoon en magnetische registratie; de eerste zal echter verreweg de grootste vervorming opleveren.

De magneetband met het geregistreerde signaal wordt nu op zijn beurt afgespeeld via dezelfde luidspreker, en het verkregen geluid wordt in een tweede registratie vastgelegd. Het zal duidelijk zijn dat deze laatste registratie de dubbele amplitudefout (in dB) en de dubbele fazefout (in graden) vertoont. Indien echter bij dit herregistreren de magneetband met de eerste registratie in de omgekeerde richting wordt afgespeeld, dan zal de tweede registratie géén fazefouten vertonen. Immers, betrokken op de oorspronkelijke tijdrichting van het signaal zijn de fazeverschuivingen van

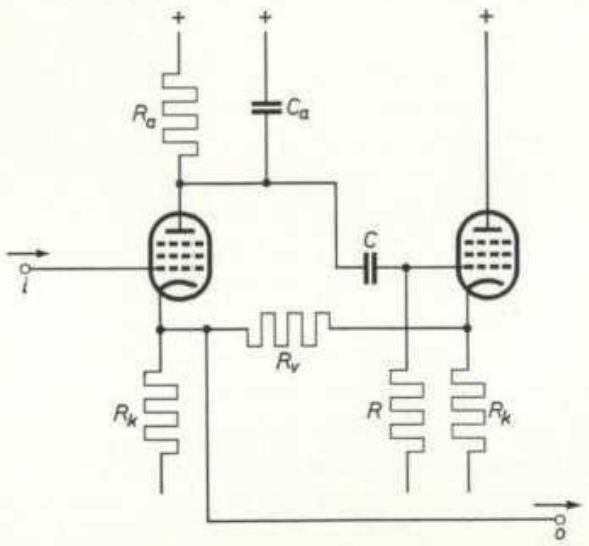

Fig. 2. Mogelijke schakeling voor het realiseren van de bij fig. 1 vermelde overbrengingsfunctie. In tegenstelling met de daar genoemde, principieel eenvoudige, methode wordt hier geen *LC*-kring gebruikt, en er komen zelfs in 't geheel geen zelfinducties in voor. Dit is voor lage waarden van ω_0 een voordeel, niet alleen omdat de daarvoor nodige grote zelfinducties bezwaarlijk te maken zijn, maar ook omdat parasitaire capaciteiten of weerstanden van de spoelen een nadelige invloed hebben op de gevraagde vlakke amplitudekarakteristiek. De dimensionering is gegeven door de volgende betrekkingen, die gelden voor $SR_k \gg 1$:

$$R_aC_a = RC = \frac{1}{\omega_0}, \qquad \frac{1}{k} = SZ_k = \frac{1}{2}SR_a,$$

waarbij Z_k de katode-impedantie is met inachtneming van R_k, R_v en de koppeling met de buurbuis. (Aangenomen is dat de twee buizen identiek zijn.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

eerste en tweede overbrenging even groot maar van tegengesteld teken. Er ontstaat natuurlijk wel weer de dubbele amplitudefout. Door beluisteren van de beide aldus verkregen herregistraties is het mogelijk signalen met en zonder fazeafwijking, bij gelijke amplitudekarakteristiek, met elkaar te vergelijken.

Om maskering van het eventuele hoorbare verschil door de amplitudefout zoveel mogelijk te voorkomen, hebben we met regelbare filters de amplitudekarakteristiek van het gehele systeem zo vlak mogelijk gemaakt. Dit is natuurlijk alleen mogelijk voor de grove onregelmatigheden en niet voor de fijnstructuur van de grillige luidsprekerkarakteristiek.

In plaats van met twee opeenvolgende registraties, kan ook met vier, zes of meer opeenvolgende registraties gewerkt worden, om de fazeafwijking te vergroten en het verschil zodoende beter binnen het bereik van het hoorbare te brengen. Bij onze experimenten werd ten hoogste met zes registraties gewerkt, dus met een zesvoudige vergroting van de fazeafwijking. Zowel spraak- als muzieksignalen werden onderzocht. Uit de boven vermelde proefnemingen met de enkele fazesprong was al duidelijk naar voren gekomen dat een spraaksignaal veel eerder aanleiding geeft tot waarneembare effecten dan een muzieksignaal. Bij onze luidsprekerproeven werd dit bevestigd. Voor muzieksignalen kon ook bij zes opeenvolgende registraties geen hoorbaar verschil worden vastgesteld. Voor spraaksignalen viel bij een zesvoudige registratie nog juist een effect te onderkennen.

De aard van het effect is moeilijk te omschrijven. Het is gekoppeld aan de inzetten van het signaal en geeft deze een zekere versluiering. Men kan dit als volgt begrijpen. Uit de theorie van de sprongkarakteristiek is bekend dat bij een fazegetrouwe weergave het aan de uitgang optredende overgangsverschijnsel als tijdsfunctie symmetrisch is ten opzichte van het moment van de sprong, met andere woorden het is even sterk vóór als na de inzet aanwezig. Dit hoeft geen fysische irrealiteit te betekenen, mits de gehele sprongresponsie ten opzichte van het ingangssignaal voldoende vertraagd is; zie *fig. 3*. Uit de wijze waarop wij de fazegetrouwe karakteristiek hebben verkregen, is ook wel in te zien dat behalve een nagalm ook een soort van „voorgalm" in het eindresultaat zal optreden. Dit is de bedoelde versluiering.

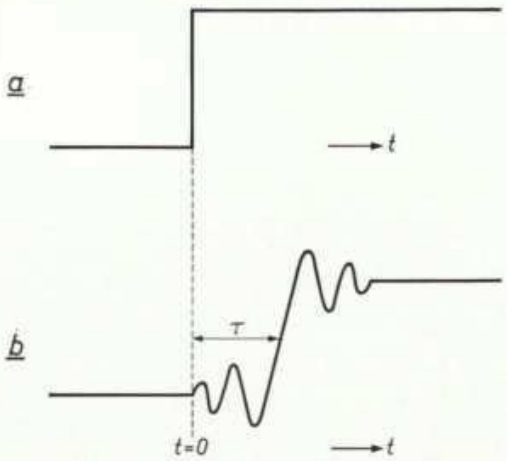

Fig. 3. Voorbeeld van een fazegetrouwe responsie (*b*) op een sprong (*a*) ten tijde $t = 0$. De responsie vertoont symmetrie ten opzichte van $t = \tau$. Voor een fysisch realiseerbare situatie is het uiteraard noodzakelijk dat het overgangsverschijnsel pas na $t = 0$ begint, hetgeen impliceert dat een vertraging τ noodzakelijk moet optreden.

De genoemde verschijnselen zijn natuurlijk op zeer kunstmatige wijze teweeggebracht en hebben weinig relatie met wat in de praktijk zou kunnen optreden, daar ze eerst na zesvoudige registratie konden worden ontdekt. De eindconclusie ten aanzien van fazefouten in de praktijk is dus een bevestiging van de opvatting dat deze als op zichzelf staande vervorming in de elektroakoestische apparatuur geen invloed hebben op de geluidskwaliteit, ook in het geval dat de hoogste eisen worden gesteld.

K. TEER *).

*) Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

EEN TRILPLAATCONDENSATOR, GEDREVEN DOOR EEN HOOGFREQUENT ELEKTRISCH VELD

door A. G. van NIE *) en J. J. ZAALBERG van ZELST *).

621.317.723

Al vele jaren maakt men in elektrometers gebruik van een trilplaatcondensator voor het omzetten van de te meten gelijkspanning, lading of gelijkstroom in een wisselspanning, die door een normale versterker kan worden versterkt. Onderstaand artikel beschrijft een nieuw type trilplaatcondensator, dat verscheidene voordelen boven andere typen bezit en onlangs in fabricage is genomen.

Principe van elektrometer met trilplaatcondensator

Elektrometers zijn instrumenten voor het meten van elektrische ladingen, gelijkspanningen en zeer zwakke gelijkstromen. Een kenmerk is dat ze een zeer hoge ingangsweerstand hebben, in de orde van duizenden megohms. Bij de meeste soorten van elektrometers wordt uit de te meten lading of gelijkspanning of gelijkstroom een ermee evenredige wisselspanning afgeleid; deze wordt door buizen of transistors versterkt en doet, na gelijkgericht te zijn, een meter uitslaan.

Een bekend middel om een kleine gelijkspanning in een wisselspanning om te zetten, is de trilplaatcondensator. Het principe — waarop ook de condensatormicrofoon berust — blijkt uit *fig. 1a*. Een trilplaatcondensator bestaat uit twee platen, waarvan de ene stilstaat en de andere (de geaarde in fig. 1*a*) in vibratie wordt gehouden, zodat de capaciteit C_v periodiek met de tijd t varieert:

$$C_v = \frac{C_{v0}}{1+\hat{a}\cos pt}.$$

Hierin is C_{v0} de capaciteit van de condensator met beide platen in rust, $\hat{a}$ de relatieve amplitude van de trillende plaat en p de hoekfrequentie. De trilplaatcondensator wordt op de bron van de te meten gelijkspanning aangesloten via een serieweerstand R_s. Een koppelcondensator C_c blokkeert het vloeien van gelijkstroom via de ingangsweerstand R_i van de versterker. De trilplaatcondensator wordt dus geladen tot de te meten gelijkspanning. Indien de lading q van de condensator constant is, geldt voor de spanning v_v over de condensator:

$$v_v = \frac{q}{C_{v0}}(1+\hat{a}\cos pt). \quad \ldots \quad (1)$$

De wisselspanningscomponent $v_\sim$ van v_v is in dit geval dus evenredig met de te meten gelijkspanningscomponent $V = q/C_{v0}$:

$$v_\sim = \hat{a}V.$$

Dit geldt met goede benadering ook nog indien aan de voorwaarde q = constant niet geheel is voldaan, zoals in de praktijk steeds het geval is. Een deel van de lading q zal namelijk met de frequentie $p/2\pi$ varieren. Om dit in te zien, mag men in eerste benadering de trilplaatcondensator vervangen denken door de vaste capaciteit C_{v0} en een wisselspanningsbron $\hat{a}V$ in serie (fig. 1*b*); deze laatste levert een wisselstroom, hetgeen betekent dat de lading varieert.

De wisselstroom loopt deels door C_c en R_i, deels door R_s en de gelijkspanningsbron. Door de omstandigheden zo te kiezen dat

$$pC_cR_s \gg 1, \quad \ldots \quad (2)$$

bereikt men dat door R_s slechts een verwaarloosbare fractie van de wisselstroom loopt en door R_i dus het overgrote deel.

Bij volmaakte isolatie van de trilplaat- en de koppelcondensator onttrekt de elektrometer aan de gelijkspanningsbron geen energie (behalve voor het

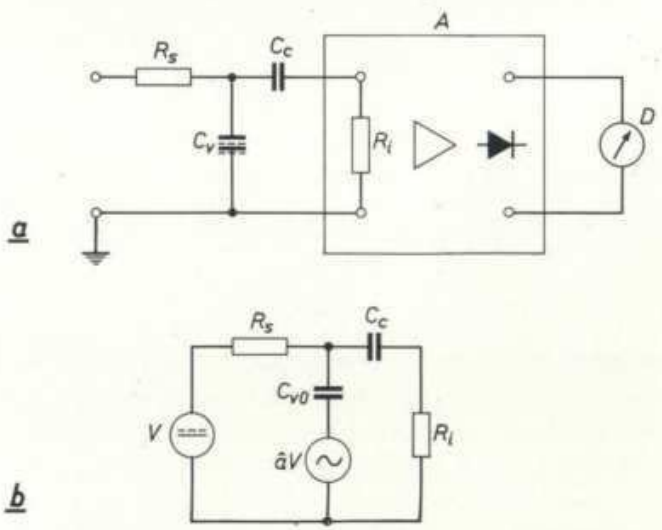

Fig. 1. *a*) Principeschema van een elektrometer met trilplaatcondensator (C_v). C_c koppelcondensator. A wisselspanningsversterker en gelijkrichter. R_i ingangsweerstand van de versterker. D draaispoelmeter. R_s hoge serieweerstand.
b) De trilplaatcondensator kan in eerste benadering vervangen worden gedacht door de serieschakeling van een vaste capaciteit C_{v0} en een wisselspanningsbron waarvan de spanning $\hat{a}V$ evenredig is met de te meten gelijkspanning V.

*) Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

laden van de condensatoren). Daarentegen wordt wel energie aan de versterker afgegeven; deze energie onttrekt de trilplaatcondensator aan het systeem dat de ene plaat in trilling houdt. Men kan derhalve de trilplaatcondensator opvatten als een parametrische versterker.

Hoe beter de isolatie van de beide condensatoren, des te gevoeliger men kan meten (zolang althans de ruis nog geen grens aan de gevoeligheid stelt). De grootte van de weerstand R_i is hierbij niet van belang.

Principe van de nieuwe trilplaatcondensator

Bij een vroegere vorm van trilplaatcondensator bevonden de platen zich in de atmosferische lucht en werd de ene plaat gedreven door een elektrodynamisch luidsprekersysteem [1)2)]. Onderwerp van dit artikel is een nieuwe constructie, waarbij de trilplaatcondensator zich met zijn — nu capacitieve — aandrijving in een geëvacueerde ballon bevindt (*fig. 2*). Hij is dus afdoende beschermd tegen stof, vocht en andere atmosferische invloeden, wat de isolatieweerstand zeer ten goede komt. Daar de gebruikte materialen bestand zijn tegen hoge temperatuur, kunnen de onderdelen tijdens het pompen goed worden uitgestookt. Dit maakt de contactpotentialen — die het nulpunt kunnen doen verlopen, zie beneden — aanzienlijk minder variabel, zodat ze veel beter compenseerbaar zijn. Een nieuw systeem van aandrijving, door middel van een hoogfrequent elektrisch veld, heeft de gunstige eigenschap dat het geen storing in het meetcircuit veroorzaakt. Door de afwezigheid van luchtwrijving vergt de aandrijving een bijzonder gering vermogen. Bovendien is het ruisniveau bijzonder laag.

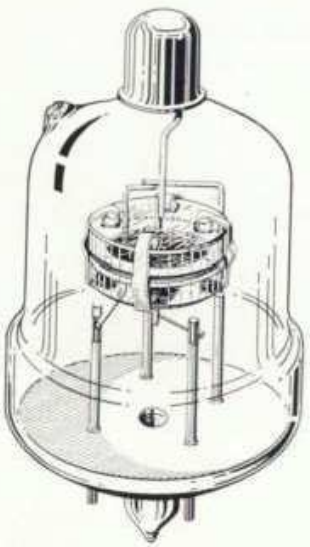

Fig. 2. De nieuwe trilplaatcondensator, die thans wordt gefabriceerd door Philips' Hoofdindustriegroep Röntgen en medische apparaten, is gemonteerd in een geëvacueerde ballon en aldus beschermd tegen stof, vocht en andere atmosferische invloeden. Afbeelding ongeveer op ware grootte.

Zowel voor de versterker als voor de aandrijving is een transistorschakeling uitgewerkt. De versterker zal in dit artikel niet, de oscillator voor de aandrijving slechts kort worden behandeld.

Fig. 3a toont een schematische doorsnede van de nieuwe trilplaatcondensator. Een rond glazen membraan M, 0,135 mm dik, is aan de rand ingeklemd tussen twee glazen isolatoren, I_1 en I_2. Het middengedeelte van de isolatoren is hol geslepen en, evenals beide zijden van het membraan, bedekt met een laagje metaal. Deze laagjes, in de figuur met een dikke lijn aangegeven, doen dienst als elektrodes (E_1, E_1', E_2, E_3). De elektrodes E_1 en E_2 vormen de trilplaatcondensator C_v; deze is geschakeld volgens fig. 1*a*. Een tweede, soortgelijke, condensator, C_d, wordt gevormd door de elektrodes E_1' en E_3; door middel hiervan wordt op de hieronder beschreven wijze het membraan in zijn eigen frequentie in trilling gebracht.

De hol geslepen delen van de isolatoren zijn omringd door een groef. Deze verlengt de kruipweg en verhoogt dus de isolatieweerstand tussen de elektrodes E_2 en E_3 enerzijds en de geaarde membraanelektrodes E_1 en E_1' anderzijds. Op deze wijze is een isolatieweerstand van de orde van 10^{14} ohm verkregen.

Fig. 3*b* laat zien hoe de koppelcondensator ook in het systeem kan worden ondergebracht.

De aandrijving

Het membraan wordt in trilling gehouden doordat de condensator C_d deel uitmaakt van een oscillator O (fig. 3). Deze onderhoudt over C_d een hoogfrequente spanning (frequentie ca. 1 MHz), die in amplitude is gemoduleerd met een grondfrequentie die vanzelf gelijk is aan de eigen frequentie van het membraan (ca. 6 kHz).

Nemen we eenvoudigheidshalve aan dat de modulatie sinusvormig is, dan kan de spanning u_d over C_d worden voorgesteld door:

$$u_d = (1 + m\cos pt)\, U_0 \cos \omega t = \\ = U_0 \cos \omega t + \tfrac{1}{2} m U_0 \{\cos(\omega+p)t + \cos(\omega-p)t\}. \quad \ldots \quad (3)$$

Hierin is U_0 de amplitude en $\omega/2\pi$ de frequentie van de ongemoduleerde spanning, $p/2\pi$ de eigen frequentie van het membraan en m de modulatiediepte. De elektrische aantrekkingskracht F op het membraan is evenredig met u_d^2. Uit (3) volgt na kwadratering en goniometrische uitwerking dat de kracht

---

[1)] C. Dorsman, Een p_H-meter met zeer grote ingangsweerstand, Philips techn. T. **7**, 24-32, 1942.

[2)] J. van Hengel en W. J. Oosterkamp, Een dynamische elektrometer met directe aanwijzing, Philips techn. T. **10**, 338-346, 1948.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

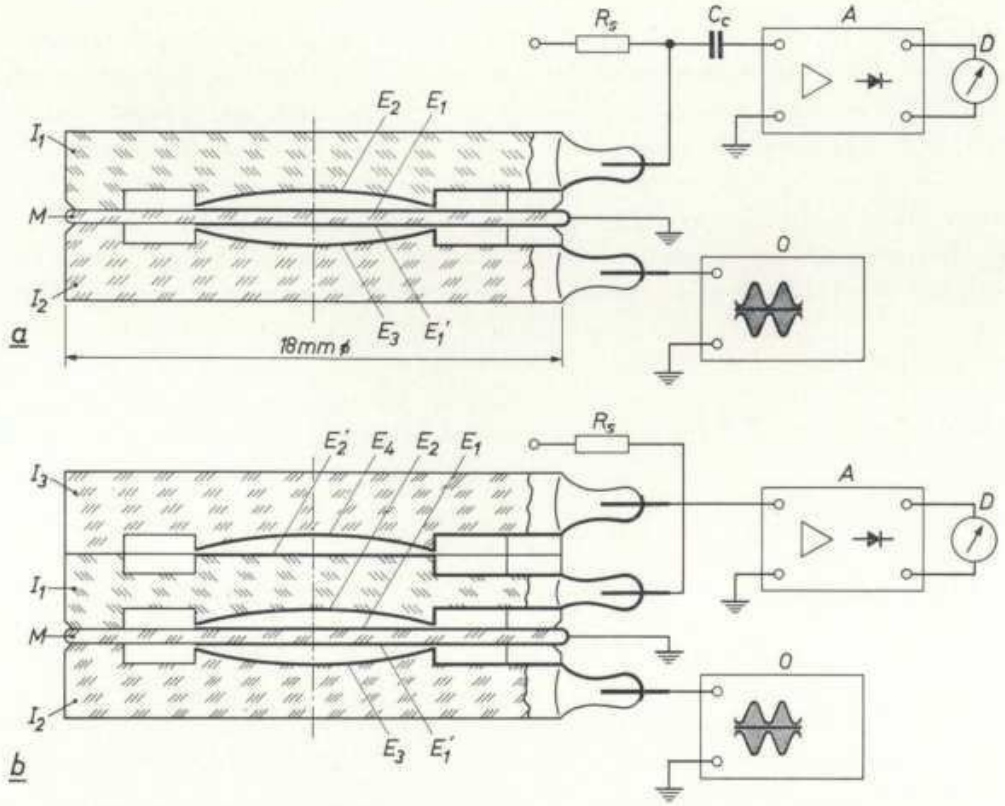

Fig. 3. *a*) Schematische doorsnede van de trilplaatcondensator. M rond glazen membraan (0,135 mm dik), waarvan de rand is ingeklemd tussen de glazen isolatoren I_1 en I_2. Met een dikke lijn zijn laagjes metaal aangegeven die dienst doen als elektrodes (E_1, E_1', E_2, E_3). De elektrodes E_1 en E_2 vormen de trilplaatcondensator, die met de onderdelen R_s, C_c, A en D geschakeld is als in fig. 1*a*. De elektrodes E_1' en E_3 vormen een tweede condensator. Deze maakt deel uit van een oscillator O, die tussen E_1' en E_3 een hoogfrequente spanning (frequentie 1 MHz) onderhoudt; de spanning is in amplitude gemoduleerd met de eigen frequentie van het membraan (6 kHz). De pulserende elektrische aantrekkingskracht houdt het membraan in trilling.
b) De isolator I_1 heeft hier ook aan de bovenzijde een elektrode (E_2'), die verbonden is met E_2, en er is een isolator I_3 met elektrode E_4 toegevoegd. E_2' en E_4 vormen samen de koppelcondensator (C_c).
De kromming van het hol geslepen middendeel der isolatoren is duidelijkheidshalve sterk overdreven.

$F(t)$ uit de volgende groepen van componenten bestaat:

1) een constante component,
2) laagfrequente componenten met de hoekfrequenties p en $2p$,
3) hoogfrequente componenten met de hoekfrequenties 2ω, $2\omega \pm p$ en $2\omega \pm 2p$.

Daar het membraan bij de frequentie $p/2\pi$ een scherpe resonantie vertoont, is voor de aandrijving alleen de component met deze frequentie van belang, en dit is tevens de frequentie van de wisselspanning waarin de te meten grootheid wordt omgezet. In de spanning u_d daarentegen komen blijkens (3) alleen hoogfrequente componenten voor. Parasitaire spanningen met deze hoge frequenties, in de buurt van 1 MHz, kunnen derhalve met eenvoudige middelen uit het meetcircuit verwijderd worden gehouden. Dit is een belangrijk voordeel in vergelijking met de oude constructie van trilplaatcondensator, die gedreven werd door een stroom met dezelfde frequentie als die van de wisselspanning waarin de te meten grootheid werd omgezet.

Zoals uit het in *fig. 4* gereproduceerde oscillogram blijkt, is in werkelijkheid de hoogfrequente oscillatorspanning verre van sinusvormig gemoduleerd. Aan het beschreven principe doet dit echter niets af.

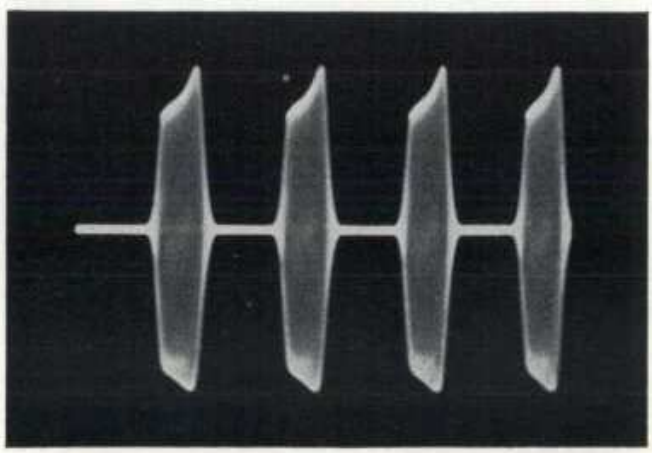

Fig. 4. Oscillogram van de spanning u_d van de oscillator O in fig. 3. De oscillator oscilleert telkens even met een frequentie van ca. 1 MHz. In plaats van een sinusvormige amplitudemodulatie is er dus een periodieke onderbreking. De herhalingsfrequentie is gelijk aan de eigen frequentie van het membraan (ca. 6 kHz).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De schakeling van de oscillator

De oscillatorschakeling die wordt toegepast, is weergegeven in *fig. 5a*. De schakeling oscilleert (met ca. 1 MHz) indien de teruggekoppelde wisselspanning V_b tussen basis en emissor van de transistor Tr een bepaalde grootte en de juiste faze heeft. Is dit laatste het geval, dan noemen we V_b positief. V_b wordt ontleend aan een brugschakeling, die bestaat

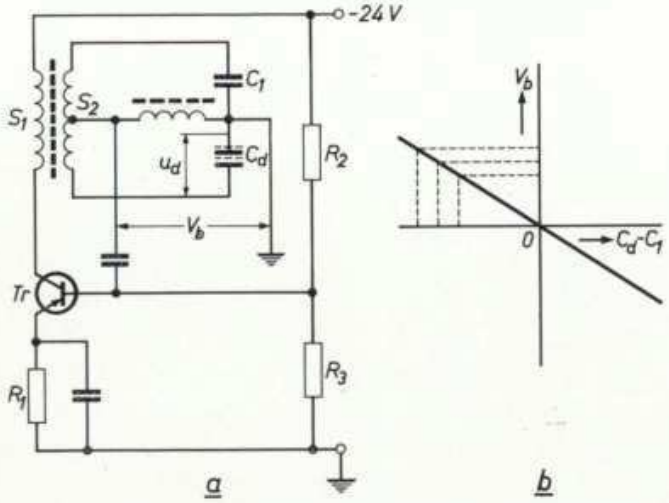

Fig. 5. *a*) Principeschema van de oscillator. Tr transistor type OC 44. Van de gekoppelde spoelen S_1 en S_2 vormt de in het midden afgetakte S_2 met de condensatoren C_1 en C_d een brugschakeling; C_d wordt gevormd door de elektrodes E_1' en E_3 (fig. 3).
b) De diagonaalspanning V_b in (*a*) als functie van het capaciteitsverschil $C_d - C_1$. Capaciteit C_1 wordt zo ingesteld dat V_b de grootte en faze heeft die voor oscilleren met constante amplitude nodig is. Bij trillend membraan varieert C_d periodiek en wordt de hoogfrequente trilling in amplitude gemoduleerd.

uit de in het midden afgetakte spoel S_2 en de condensatoren C_1 en C_d. Hiervan wordt C_d gevormd door de elektrodes E_1' en E_3 (fig. 3). Voorlopig onderstellen we dat het membraan nog niet trilt, dus dat C_d een vaste capaciteit (C_{d0}) heeft. Indien C_{d0} en C_1 even groot zijn, is de brug in evenwicht (V_b=0). Bij kleine verschillen tussen de twee capaciteiten is V_b nagenoeg evenredig met $C_{d0} - C_1$ (fig. 5*b*). C_1 wordt zo ingesteld ($>C_{d0}$) dat V_b de positieve waarde aanneemt die juist voldoende is om de schakeling met constante amplitude te doen oscilleren. Wanneer het membraan in zijn eigen frequentie trilt en C_d dus afwisselend groter en kleiner wordt, dan zal V_b volgens fig. 5*b* afwisselend kleiner resp. groter worden en de amplitude van de trilling zal afwisselend af- resp. toenemen.

Daar het membraan bij een te grote amplitude de andere elektrode zou raken en de amplitude afhangt van de hoogste topwaarde van de oscillatorspanning, moet deze laatste beneden een bepaalde grens blijven. Daartoe wordt de instelling zo gekozen (klasse B-C) dat bij toenemende spanningsamplitude U_0 de effectieve stroomversterkingsfactor α'_{eff} eerst geleidelijk en vanaf een bepaalde waarde van U_0 snel afneemt (*fig. 6*); onder α'_{eff} verstaan wij de verhouding van de grondcomponent van de collectorstroom tot de basiswisselstroom. Aan de oscillatievoorwaarde: rondgangsversterking = 1, is voldaan bij die amplitude waarvoor $\alpha'_{eff} = 1/\beta$; hierin is $1/\beta$ de fractie van de oscillatorspanning die via het oscillatornetwerk wordt teruggekoppeld naar de basis, en β is de meekoppelfactor. Door een juiste keus van de weerstand R_1 en van de verhouding R_2:R_3 (fig. 5*a*) kan men de α'_{eff}-karakteristiek in fig. 6 een zodanige helling geven dat het punt $\alpha'_{eff} = 1/\beta$ komt te liggen bij een geschikte gemiddelde waarde

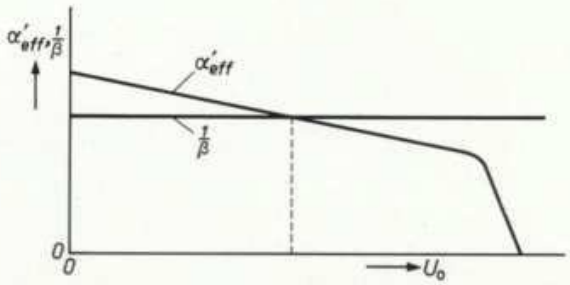

Fig. 6. De effectieve stroomversterkingsfactor α'_{eff} van de transistorschakeling in de oscillator en $1/\beta$ (β = meekoppelfactor) als functie van de amplitude U_0 van de hoogfrequente spanning. Aan de oscillatievoorwaarde is voldaan bij de amplitude waarvoor $\alpha'_{eff} = 1/\beta$. Door de juiste waarden te kiezen voor de weerstanden R_1, R_2 en R_3 (zie fig. 5*a*), kan men het snijpunt van de α'_{eff}-karakteristiek met de horizontale lijn $1/\beta$ leggen bij een geschikte amplitude U_0. Het steil dalende deel van de karakteristiek begrenst de maximale amplitude

van U_0 en dat de knik in de karakteristiek zorgt voor een juiste begrenzing van de maximale amplitude — een en ander zonder dat de instelling te kritisch wordt.

Fig. 7a-e laat zien dat de fazeverschillen tussen de diverse grootheden juist zodanig zijn dat het proces aan de gang blijft.

De equivalente ruisweerstand

De gevoeligheid van de elektrometer wordt in hoofdzaak bepaald door de signaal-ruisverhouding aan de ingang van de versterker. Uit de literatuur is bekend dat het in dit opzicht gunstig is, tussen de ingangsklemmen van de versterker een spoel (eventueel de primaire spoel van een transformator) te schakelen, die afgestemd wordt op de frequentie van de trilplaat [3]). Wij hebben een transformator gekozen, omdat deze tevens een zodanige aanpassing tot stand kan brengen dat de ruisfactor minimaal wordt. Daar dank zij de toegepaste constructie de frequentie $p/2\pi$ relatief hoog is (6 kHz), kan men voor de primaire van de transformator met een geringe zelfinductie volstaan.

[3]) F. A. Muller, Het meten van stromen en spanningen met de trilplaatcondensator, proefschrift Amsterdam 1951, blz. 43 e.v.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

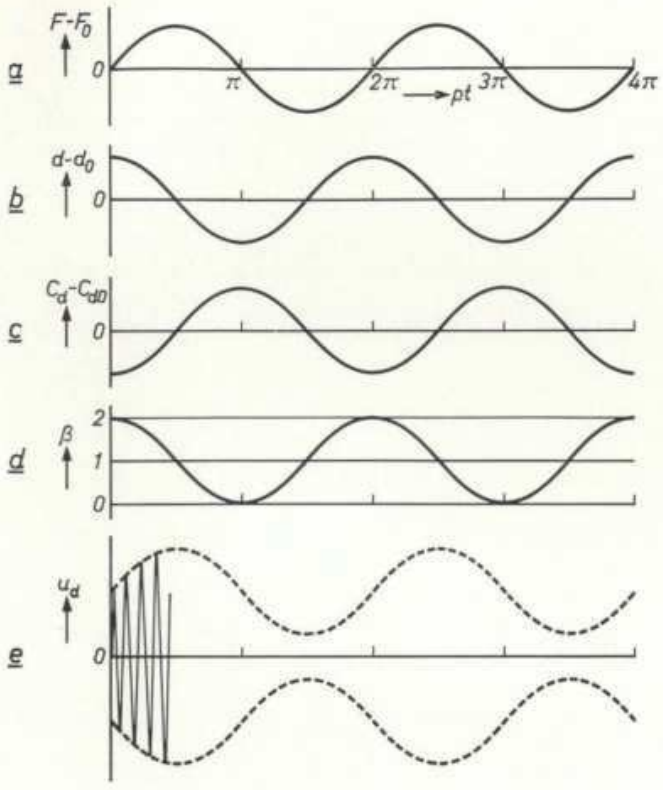

Fig. 7. Als functie van pt zijn uitgezet:
a) de wisselcomponent met frequentie $p/2\pi$ van de elektrische aantrekkingskracht F tussen de elektrodes van de aandrijvende condensator (C_d),
b) de wisselcomponent van de afstand d tussen de elektrodes,
c) de wisselcomponent van de capaciteit C_d,
d) de meekoppelfactor β,
e) de in amplitude gemoduleerde oscillatorspanning u_d.
(De index 0 bij F_0 en d_0 duidt de rusttoestand aan.)

Daar het membraan in resonantie is, is $d—d_0$ 90° in faze achter bij $F—F_0$. De capaciteit varieert in tegenfaze met de afstand d, en β varieert in tegenfaze met de capaciteit C_d (vgl. fig. 5*b*). Wanneer $\beta > 1$ is, neemt de amplitude van u_0 toe, en wanneer $\beta < 1$ is, neemt de amplitude af. De amplitudevariatie (*e*) blijkt in faze te zijn met de variatie van de kracht (*a*).

Fig. 8a geeft het vervangingsschema weer voor het geval dat een gelijkstroom I moet worden gemeten. Deze wordt daartoe geleid door een meetweerstand R_m. De ruis van R_m is in rekening gebracht door de ruisspanningsbron $\overline{v_m^2}$. De verdere elementen die ruis leveren, zijn de serieweerstand R_s, de parallelweerstand R_l die de verliezen van de transformator representeert, en de transistorversterker. Hun respectieve ruisbijdragen worden in rekening gebracht door de ruisspanningsbronnen $\overline{v_s^2}$, $\overline{v_l^2}$ en $\overline{v_i^2}$ en de ruisstroombron $\overline{i_i^2}$ [4]).

Alle ruisbronnen in dit schema met uitzondering van R_m denken we gezamenlijk vervangen door één equivalente ruisweerstand R_{eq}. Het totale ruisvermogen wordt aldus gesplitst in een deel $4kTBR_m$ en een deel $4kTBR_{eq}$; hierin is k de constante van Boltzmann, T de absolute temperatuur van de weerstanden en B de bandbreedte. In het onderstaande klein gedrukte gedeelte wordt voor R_{eq} de volgende uitdrukking afgeleid:

$$R_{eq} = R_s + \frac{F}{\frac{1}{2}\hat{a}^2 p^2 C_s^2 R_l}. \quad \ldots \quad (4)$$

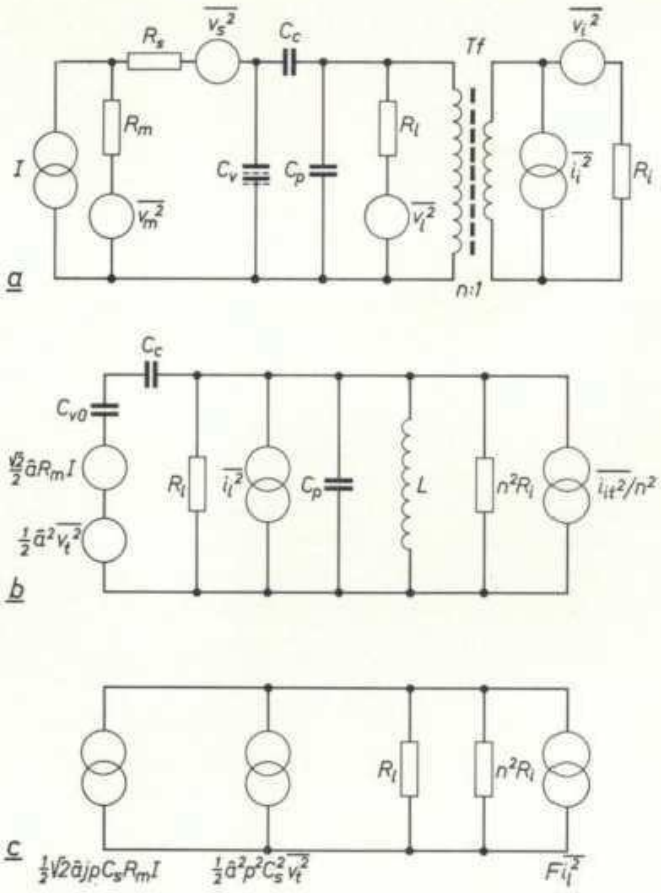

Fig. 8. *a*) Eerste vervangingsschema van de elektrometer. De te meten gelijkstroom I doorloopt de meetweerstand R_m. De versterker heeft een ingangstransformator Tf met windingsverhouding n:1 en parasitaire capaciteit C_p; de weerstand R_l vertegenwoordigt de verliezen in de transformator. Betekenis van de letters R_s, C_v, C_c en R_i als in fig. 1*a*.

De ruis van de weerstanden R_m, R_s en R_l is in rekening gebracht door de ruisspanningsbronnen $\overline{v_m^2}$, $\overline{v_s^2}$ en $\overline{v_l^2}$, de ruis van de versterker door de ruisspanningsbron $\overline{v_i^2}$ en de ruisstroombron $\overline{i_i^2}$.

b) Tweede vervangingsschema. De trilplaatcondensator converteert de te meten gelijkstroom I in een wisselspanningsbron $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\hat{a}R_m I$ (effectieve waarde). De ruisspanningsbronnen $\overline{v_m^2}$ en $\overline{v_s^2}$ van (*a*) zijn samengevat in één ruisspanningsbron $\overline{v_t^2}$. De ruisspanningsbron $\overline{v_l^2}$ is vervangen door een ruisstroombron $\overline{i_l^2}$. De weerstand R_i aan de secundaire zijde is vervangen door n^2R_i aan de primaire zijde, en de ruisbronnen $\overline{i_i^2}$ en $\overline{v_i^2}$ aan de secundaire zijde door één ruisstroombron $\overline{i_{it}^2}/n^2$ aan de primaire zijde.

c) Derde vervangingsschema. De spanningsbronnen $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\hat{a}R_m I$ en $\frac{1}{2}\hat{a}^2\,\overline{v_t^2}$ in (*b*) zijn omgezet in equivalente stroombronnen, de ruisstroombronnen $\overline{i_l^2}$ en $\overline{i_{it}^2}/n^2$ in (*b*) zijn vervangen door één ruisstroombron $F\,\overline{i_l^2}$, en de zelfinductie L is door toevoeging van capaciteit afgestemd op de frequentie $p/2\pi$.

[4]) Om de ruis van een vierpool (i.c. de transistorversterker) in rekening te brengen, moet men zowel een ruisspanningsals een ruisstroombron invoeren. Zie A. G. Th. Becking, H. Groendijk en K. S. Knol, The noise factor of four-terminal networks, Philips Res. Repts. **10**, 349-357, 1955.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Hierin is C_s de capaciteit van C_{v0} en C_c in serie: $C_s = C_{v0}C_c/(C_{v0} + C_c)$, en F de ruisfactor van de versterker; voor één bepaalde windingsverhouding n:1 van de transformator wordt F minimaal. Ondersteld is — in overeenstemming met de werkelijkheid — dat de primaire zelfinductie L van de transformator is afgestemd op de frequentie $p/2\pi$; daartoe wordt aan de reeds aanwezige capaciteit C_p+C_s (waarin C_p de parasitaire capaciteit voorstelt) een zodanige capaciteit C_e toegevoegd dat

$$p^2L(C_p + C_s + C_e) = 1. \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Afleiding van verg. (4)

De berekening van R_{eq} wordt sterk vereenvoudigd als we in aanmerking nemen dat er in het geval van selectieve gelijkrichting aan de uitgang van de versterker slechts twee frequentiegebiedjes zijn waarin de ruisbijdragen van belang kunnen zijn: een gebiedje om de frequentie $p/2\pi$ heen en een gebiedje beginnend bij de frequentie 0; de ruisbijdragen in dit laatste worden door de trilplaatcondensator geconverteerd naar het eerste. Bij de bijzonder selectieve synchrone gelijkrichting, zoals meestal in dit soort elektrometers wordt toegepast [5]), hebben beide gebiedjes een breedte van slechts ca. 1 Hz. Bovendien leveren sommige ruisbronnen een bijdrage in slechts één van deze gebiedjes: de transformatorspoelen vormen namelijk voor zeer lage frequenties vrijwel een kortsluiting, zodat de ruis van de bronnen $\overline{v_l^2}$, $\overline{v_i^2}$ en $\overline{i_i^2}$ in het gebiedje bij de frequentie 0 mag worden verwaarloosd. Het komt dus alleen aan op de volgende bijdragen:

Frequentiegebied	Ruisbronnen
van 0 tot $\frac{1}{2}$ Hz	$\overline{v_m^2}$ en $\overline{v_s^2}$.
van $\frac{p}{2\pi} - \frac{1}{2}$ tot $\frac{p}{2\pi} + \frac{1}{2}$ Hz	$\overline{v_m^2}$, $\overline{v_s^2}$, $\overline{v_l^2}$ (van deze drie is $\overline{v_l^2}$ de belangrijkste, aangezien $R_l < R_m+R_s$), $\overline{v_i^2}$ en $\overline{i_i^2}$.

Ter afleiding van verg. (4) transformeren wij de schakeling van fig. 8*a* in een parallelschakeling van stroombronnen en ruisvrije weerstanden. Deze transformatie gaat in twee stappen. Eerst vereenvoudigen wij fig. 8*a* tot fig. 8*b*. Hierin is $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\hat{a}R_mI$ de wisselspanning waarin de trilplaatcondensator de te meten gelijkstroom I omzet. Met $\frac{1}{2}\hat{a}^2\,\overline{v_t^2}$ is de ruis van R_m en R_s bij 0-$\frac{1}{2}$ Hz samengevat. n^2R_i is de naar de primaire zijde getransformeerde ingangsimpedantie R_i, en $\overline{i_{it}^2}/n^2$ treedt in de plaats van de ingangsruisbronnen $\overline{i_i^2}$ en $\overline{v_i^2}$.

Voor de ruisfactor F geldt volgens de definitie:

$$F = \frac{\overline{i_l^2} + \overline{i_{it}^2}/n^2}{\overline{i_l^2}}.$$

Hieruit volgt:

$$\overline{i_l^2} + \overline{i_{it}^2}/n^2 = F\,\overline{i_i^2}.$$

De tweede stap bestaat o.a. in het vervangen van de parallelgeschakelde ruisstroombronnen $\overline{i_l^2}$ en $\overline{i_{it}^2}/n^2$ door één ruisstroombron $F\,\overline{i_l^2}$, zoals gebeurd is in fig. 8*c*. De grootte van F bij optimaal gekozen windingsverhouding n is in de literatuur te vinden als men de gegevens van de ingang van de versterker kent [6]).

De spanningsbronnen $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\hat{a}R_mI$ en $\frac{1}{2}\hat{a}^2\,\overline{v_t^2}$ van fig. 8*b* zijn in fig. 8*c* vervangen door de equivalente stroombronnen $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\hat{a}jpC_sR_mI$ resp. $\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2\,\overline{v_t^2}$. Bovendien is door toevoeging van een capaciteit C_e volgens verg. (5) de zelfinductie L op de frequentie $p/2\pi$ afgestemd, waardoor L en alle C's uit het schema zijn verdwenen. De transformatie is nu voltooid, want wat overblijft, is de gezochte parallelschakeling van stroombronnen en weerstanden.

Uit fig. 8*c* leest men de signaal-ruisverhouding S/N af:

$$\frac{S}{N} = \frac{\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2R_m^2I^2}{\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2\,\overline{v_t^2} + F\,\overline{i_l^2}}. \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Het ruisvermogen N kan gesplitst worden in een deel dat afkomstig is van de meetweerstand R_m, en een deel waarvoor de rest van de schakeling — vertegenwoordigd door de equivalente ruisweerstand R_m — aansprakelijk is:

$$\begin{aligned} N &= \tfrac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2\,\overline{v_t^2} + F\,\overline{i_l^2} = \\ &= 4kTB\left\{\tfrac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2(R_m+R_s) + \frac{F}{R_l}\right\} = \\ &= 2kTB\hat{a}^2p^2C_s^2\left(R_m + R_s + \frac{F}{\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2R_l}\right). \quad . \; . \quad (7) \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$R_{eq} = R_s + \frac{F}{\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2R_l},$$

waarmee verg. (4) is afgeleid.

Uit verg. (4) kan men in de eerste plaats concluderen dat men voor minimale ruis (minimale R_{eq}) moet streven naar:

a) een zo klein mogelijke waarde van R_s,
b) een minimale ruisfactor F van de versterker — zoals voor de hand ligt — (waartoe n optimaal moet worden gekozen),
c) minimale verliezen (maximale R_l) van de transformator.

Uit de overige grootheden in (4), die betrekking hebben op de trilplaatcondensator, blijkt dat men de relatieve amplitude $\hat{a}$, de eigen frequentie $p/2\pi$ en de capaciteit C_s ($\approx\frac{1}{2}C_{v0}\approx\frac{1}{2}C_c$) zo groot mogelijk moet maken. Vooral het opvoeren van de eigen frequentie is belangrijk, omdat daardoor niet alleen de term $2F/\hat{a}^2p^2C_s^2R_l$ afneemt, maar men ook R_s kleiner kan maken zonder dat de voorwaarde (2): $pC_{v0}R_s \gg 1$, in het gedrang komt. Het membraan krijgt een hogere frequentie naarmate men het dunner maakt; het wordt daarbij echter ook moeilijker te vervaardigen en in te klemmen zonder dat het breekt. De toelaatbare relatieve amplitude $\hat{a}$ hangt, behalve van de absolute amplitude, af van de nauwkeurigheid waarmee men de afstand van het membraan tot de vaste elektrode in de hand heeft. De

[5]) Zie b.v. het in [2]) aangehaalde artikel, blz. 340 e.v.

[6]) K. Hinrichs en B. B. Weekes, "Squarved" input stages for low-level transistor amplifiers, I.R.E. Wescon Convention Record 1958, Part 2, 104-114.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info

constructie volgens fig. 3 is in dit opzicht zeer gunstig. Aan het opvoeren van de capaciteit C_{v0} ten slotte wordt een grens gesteld door de tijdconstante $R_m(C_{v0}+C_c) \approx 2R_mC_{v0}$, die de elektrometer niet te traag mag maken bij de zeer hoge waarden (b.v. 10^{11} ohm) die men R_m moet geven om nog zeer zwakke stromen te kunnen meten.

Voor de beschreven trilplaatcondensator golden in een bepaald geval globaal de volgende numerieke waarden: $F = 2$, $\hat{a} = 0{,}30$, $p = 2\pi \times 6000$ rad/s, $C_s = 20$ pF, $R_l = 1$ MΩ, $R_s = 10$ MΩ. Door substitutie in (4) vindt men: $R_{eq} = 10 + 80 = 90$ MΩ.

In *fig. 9* is een registrogram van de uitgangsspanning van de elektrometer gereproduceerd. Het is opgenomen bij kortgesloten ingang, zodat de weerstand R_s (= 10 MΩ) parallel met de trilplaatcondensator was geschakeld. De ruis is zo zwak dat hij nauwelijks zichtbaar is. De langzame variatie in de uitslag komt aanstonds ter sprake.

Bij het meten van zwakke stromen met behulp van een meetweerstand R_m is de signaal-ruisverhouding S/N gegeven door

$$\frac{S}{N} = \frac{R_m}{R_m + R_{eq}} \frac{R_m I^2}{4kTB}. \quad \ldots \quad (8)$$

Men vindt verg. (8) door in het rechterlid van (6) de noemer te vervangen door het rechterlid van (7) en daarin volgens (4) $R_s + F/\frac{1}{2}\hat{a}^2p^2C_s^2R_l$ gelijk aan R_{eq} te stellen.

Reeds bij $R_m = 10^9$ ohm is R_{eq} ten opzichte van R_m te verwaarlozen. Verg. (8) reduceert zich dan tot:

$$\frac{S}{N} = \frac{I^2R_m}{4kTB}.$$

Voor zover de signaal-ruisverhouding het nog toelaat, is het in het algemeen gunstig om de waarde van R_m zo klein mogelijk te kiezen: des te nauwkeuriger is deze waarde dan te meten en des te minder is ze afhankelijk van vocht en stof.

Voor het meten van lage spanningen is het nog meer gewenst om R_{eq} klein te houden. Bij spanningsmetingen treedt in de plaats van R_m de gegeven inwendige weerstand van de spanningsbron. Met $R_{eq} = 10^8$ ohm kan men meten aan spanningsbronnen waarvan de inwendige weerstand van de orde van 10^8 ohm of hoger is. De nieuwe trilplaatcondensator sluit daardoor goed aan bij de elektronische gelijkspanningsmeter type GM 6020, waarvoor 10^8 ohm ongeveer de bovengrens van de bronweerstand vormt.

Het verloop van het nulpunt

Twee voorname eisen die aan een goede trilplaatcondensator worden gesteld, te weten: hoge isolatieweerstand en lage equivalente ruisweerstand, zijn in het voorgaande voldoende toegelicht. Wij komen nu toe aan een derde eis: een zo gering mogelijk verloop van het nulpunt.

Het verloop van het nulpunt heeft verschillende oorzaken. In de eerste plaats zijn er contactpotentialen, die zich bij ieder contact tussen ongelijksoortige geleiders voordoen en die maken dat een elektrometer bij kortgesloten ingang al een uitslag vertoont. Om dit effect te compenseren, gebruikt men algemeen een correctiepotentiometer, die aangesloten is op een bron van constante gelijkspanning, b.v. een standaardelement of een zenerdiode. Hoe beter het gelukt is om de resulterende contactpotentiaal laag en vooral constant te houden, des te minder vaak zal de compensatiespanning bijgeregeld behoeven te worden.

Daar de contactpotentialen met de temperatuur variëren, is het nulpunt in het algemeen afhankelijk van de omgevingstemperatuur.

Een tweede storend effect is de elektrische nawerking van het isolatiemateriaal dat in de trilplaatcondensator wordt gebruikt. Na blootgesteld te zijn geweest aan een elektrisch veld, vertonen vele isolatiematerialen het verschijnsel dat aan hun oppervlak, als gevolg van naar buiten toe diffunderende ladingdragers, opnieuw een potentiaalverschil ontstaat. Dit verschijnsel kan zich voordoen bij een trilplaatcondensator die deel uitmaakt van een automatisch regelsysteem: een storing van zodanige grootte dat het regelsysteem buiten zijn regelgebied komt te werken, kan oorzaak zijn van een abnormaal hoge ingangsspanning op de elektrometer; zijn de isolatoren daarvan onderhevig aan nawerking, dan kan het geruime tijd duren voordat de normale toestand zich heeft hersteld.

Met de contactpotentialen en de nawerking is rekening gehouden bij het kiezen van de materialen en de constructie van onze trilplaatcondensator, zoals hieronder moge blijken.

Details van de constructie

Verschillende isolatiematerialen zijn in ons laboratorium onderzocht op elektrische nawerking [7]). Van de in aanmerking komende materialen vertoonden hardglas en kwartsglas de minste nawerking. Zowel voor het membraan als voor de isolatoren waaruit de trilplaatcondensator is samengesteld, wordt hardglas gebruikt.

Voor de isolatoren (I_1 en I_2 in fig. 3*a*) wordt uitgegaan van centerloos geslepen hardglazen schij-

[7]) Door H. A. Oele, destijds aan dit laboratorium verbonden.

www.freeservicemanuals.info

11/14/2023

Fig. 9

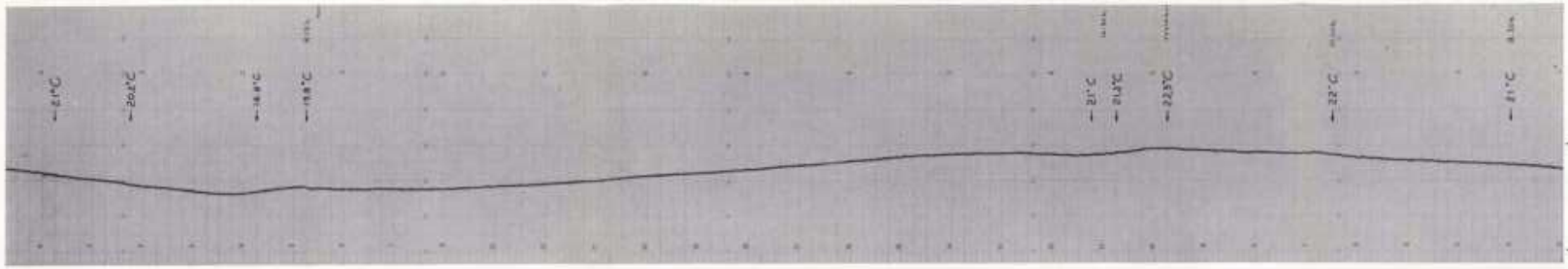

Fig. 11a

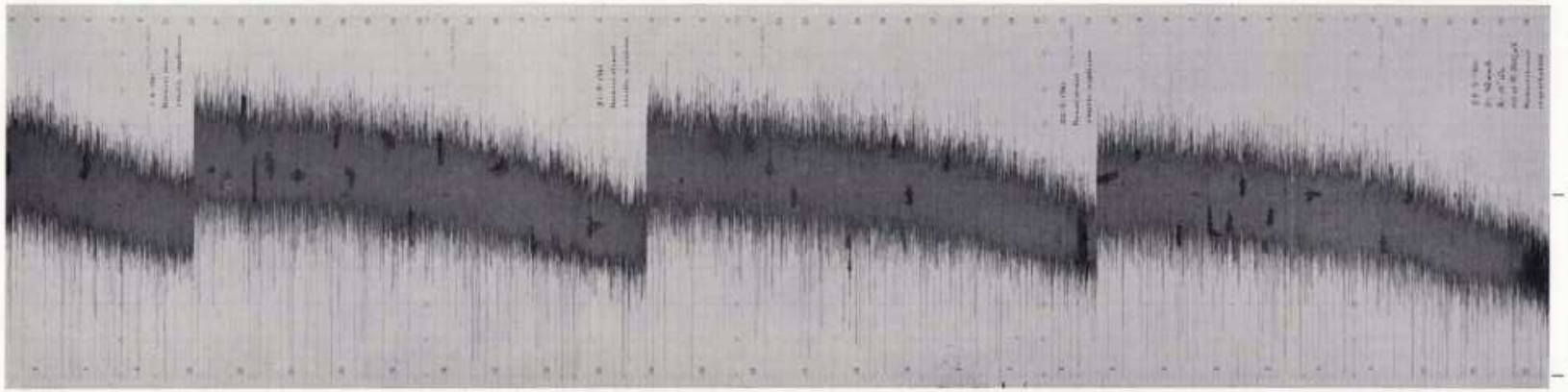

Fig. 11b

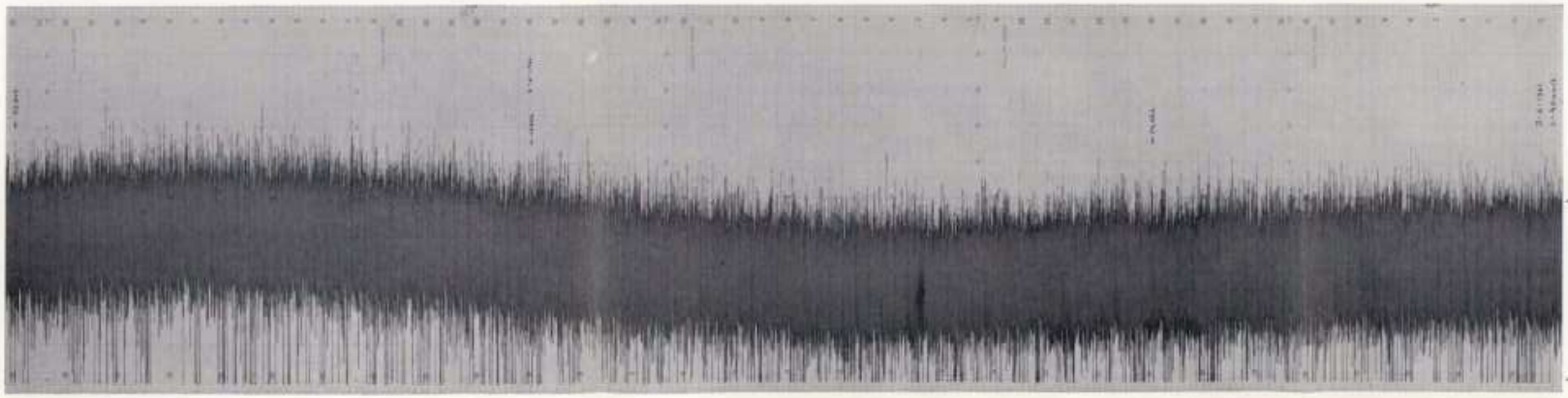

Fig. 9. Registrogram (over een tijdverloop van ruim 36 uur) van de uitgangsspanning bij kortgesloten ingang (R_i = 100 MΩ parallel met C_i). De ruis is bijna niet te zien. Het geringe verloop van het nulpunt wordt veroorzaakt door fluctuatie van de omgevingstemperatuur; het bedraagt ca. 15 µV/°C.

ven van 3 mm dik en 18 mm diameter (*fig. 10a*). In elke schijf wordt een concentrische groef aangebracht (*G*, fig. 10b), die de kruipweg verlengt en tevens de bewerkingen vergemakkelijkt.

In de rand die buiten de groef is blijven staan, wordt nu een radiale gleuf gezaagd (*H*, fig. 10c) en aan de buitenkant van de schijf wordt, vlak bij de gleuf, een glazen parel *P* met wolfraam contactpen *W* aangesmolten [b]). De gleuf dient om de later te maken verbinding tussen de elektrode en de contactpen door te laten.

Vervolgens wordt één kant van de isolator hol geslepen (fig. 10d), met een kromtestraal van ruim 1,5 m. Ten slotte wordt de zich buiten de groef *G* bevindende rand weer vlak geslepen (fig. 10e). Het diepste punt van het holle middengedeelte ligt nu nominaal 16 µm beneden het vlak van de geslepen rand, met een tolerantie die dank zij de nauwkeurige slijptechniek slechts ± 1 µm bedraagt.

Het membraan bestaat uit hardglas dat uit dezelfde partij glas wordt genomen als de bijbehorende isolatoren, ter voorkoming van verschillen in uitzettingscoëfficiënt door variërende samenstelling van het glas. Een schijfje van 1 mm dik en 18 mm diameter wordt aan één kant gepolijst en met deze kant op een vlakke plaat gekit. De andere zijde wordt nu met een slijppoeder afgeslepen tot het schijfje een dikte van 0,135 ± 0,0025 mm heeft gekregen. De afwijking van de planparallelliteit is kleiner dan 2 µm. De resonantiefrequentie van dit membraan, bij de gegeven inklemmingsdiameter en een klemkracht van 15 newton, is 6 kHz ± ca. 10%.

[b]) Bij een nieuwere constructie (fig. 2) zijn de glazen parels vervallen.

Fig. 11. Registrogrammen, opgenomen terwijl de ingang was aangesloten op een meetweerstand R_m van 10^{12} ohm; vandaar dat de ruis veel sterker is dan in fig. 9.
a) Vier dagen achtereen overdag 9 uren ingeschakeld, 's nachts uitgeschakeld. Het verloop is in hoofdzaak een gevolg van de temperatuurstijging, veroorzaakt door de warmteontwikkeling in het apparaat. De eerste dag was het verloop wat groter doordat het standaardelement toen lange tijd niet gebruikt geweest was. De volgende nachten is het ingeschakeld gelaten.
b) 32 uren ononderbroken ingeschakeld gelaten nadat de temperatuur stationair was geworden. Het verloop wordt veroorzaakt door fluctuatie in de omgevingstemperatuur en bedraagt, evenals in het geval van fig. 9, ca. 15 µV/°C.

Digitized in Heiloo the Netherlands

Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

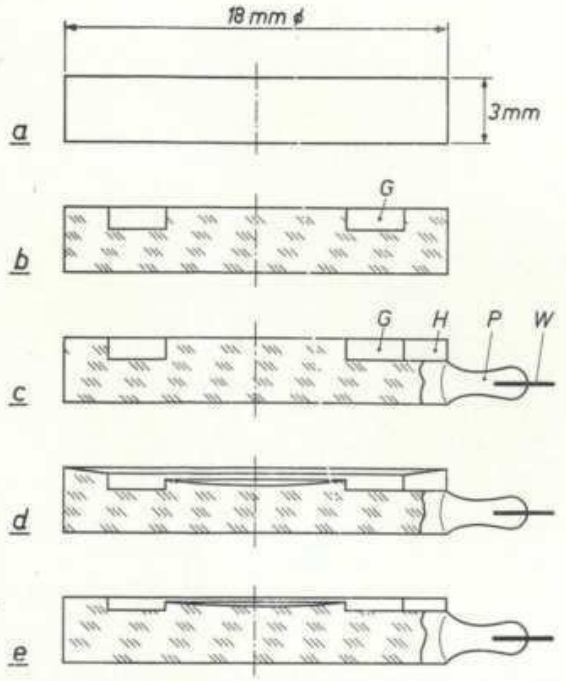

Fig. 10. Stadia bij het vervaardigen van een der isolatoren (I_1 of I_2, fig. 3*a*).
a) Centerloos geslepen hardglazen schijf.
b) Er is een concentrische groef *G* in aangebracht.
c) In de rand is een radiale gleuf *H* gezaagd en aan de buitenkant is een glazen parel *P* met wolfraam contactpen *W* aangesmolten [8]).
d) Eén kant is hol geslepen (kromtestraal ruim 1,5 m; in de figuur is de kromming duidelijkheidshalve veel te sterk getekend).
e) De zich buiten de groef *G* bevindende rand is weer vlak geslepen. Het diepste punt van het holle middendeel bevindt zich 16 ± 1 µm beneden het vlak van de afgeslepen rand.

Vervolgens wordt op het hol geslepen deel van de isolatoren en op beide zijden van het membraan door katodeverstuiving de laagjes metaal aangebracht die als elektrodes dienst doen. Als metaal is tantaal gekozen [9]). Na het verstuiven wordt dit in een ozonatmosfeer geoxydeerd, waarbij op het laagje een dunne homogene oxydehuid ontstaat. Deze is chemisch en mechanisch zeer resistent en heeft een bijzonder gering absorptie- en adsorptievermogen. De constantheid van de contactpotentialen wordt nog verbeterd door langdurige verhitting van de onderdelen tijdens het evacueren (tot een restdruk van 10^{-5} tot 10^{-6} torr).

In de volgorde waarin de verschillende metalen in de keten op elkaar aansluiten, is zoveel mogelijk symmetrie betracht. Daardoor compenseren de door temperatuurschommelingen veroorzaakte variaties van de contactpotentialen elkaar grotendeels. Het resultaat blijkt als men nogmaals fig. 9 beschouwt. Dit registrogram van de uitgangsspanning strekt zich uit over een tijdsverloop van 36 uur, waarin de omgevingstemperatuur 3,5 °C varieerde; de op de ingang herleide uitgangsspanning veranderde daarbij niet meer dan 50 µV. Dit komt dus neer op een nulpuntsverloop van slechts ca. 15 µV per °C. Belangrijk is ook dat er, afgezien van deze geringe temperatuursinvloed, geen ander merkbaar verloop te constateren was.

In *fig. 11* zijn twee registrogrammen gereproduceerd die beide betrekking hebben op het geval dat de ingang was aangesloten op een meetweerstand $R_m = 10^{11}$ ohm. Aan deze hoge weerstand (1000 maal zo groot als de weerstand R_s die bij fig. 9 in het spel was) is de nu duidelijk zichtbare ruis toe te schrijven. De helft (150 µV) van de volle uitslag in fig. 11*a* en *b* komt bij $R_m = 10^{11}$ ohm overeen met een stroom van $1{,}5 \times 10^{-15}$ A (ca. 10^4 elektronen per seconde).

Bij registrogram fig. 11*a* was de elektrometer op vier achtereenvolgende dagen telkens gedurende 9 uren ingeschakeld; 's nachts was hij uitgeschakeld. Het verloop van het nulpunt werd, behalve door fluctuatie van de omgevingstemperatuur, veroorzaakt door het warm worden als gevolg van het ingeschakeld zijn. Het bedroeg ca. 60 µV. De eerste dag was het verloop wat groter; de oorzaak was dat toen de correctiespanningsbron waarmee de contactpotentiaal wordt gecompenseerd, lange tijd niet ingeschakeld was geweest. Gedurende de volgende nachten werd deze spanningsbron ingeschakeld gelaten.

Registrogram fig. 11*b* toont het verloop van het nulpunt gedurende 32 uren waarin de elektrometer ononderbroken ingeschakeld was nadat zijn temperatuur stationair was geworden. Het verloop bedroeg hier 60 µV, de fluctuatie in de omgevingstemperatuur 4 °C. Ook nu verliep het nulpunt dus 15 µV per °C, waaruit blijkt dat van elektrische nawerking niets te bespeuren was.

Samenvatting. Beschrijving van een nieuwe trilplaatcondensator voor elektrometers. Een dun glazen membraan is ingeklemd tussen twee glazen isolatoren met hol geslepen middendeel. Deze middendelen en beide zijden van het membraan zijn bedekt met een laagje tantaal. De laagjes vormen twee condensatoren, waarvan de capaciteit periodiek varieert wanneer het membraan trilt. De ene condensator is de eigenlijke trilplaatcondensator, de andere dient voor de — capacitieve — aandrijving van het membraan en maakt deel uit van een oscillator. Deze wekt een hoogfrequente spanning op (frequentie 1 MHz) die in amplitude wordt gemoduleerd in de eigen frequentie van het membraan (6 kHz). Daar de frequenties in het spectrum van de gemoduleerde spanning veel hoger zijn dan de frequentie van de wisselspanning waarin de te meten gelijkspanning wordt omgezet, kunnen zij geen storing veroorzaken. De relatief hoge eigen frequentie van 6 kHz is gunstig voor het verkrijgen van een laag ruisniveau.

De twee condensatoren bevinden zich in een geëvacueerde ballon. De contactpotentialen zijn laag en bijzonder constant, en dus gemakkelijk te compenseren. Variatie van de omgevingstemperatuur doet het nulpunt slechts ca. 15 µV/°C verlopen.

Voor de nieuwe trilplaatcondensator zijn een versterker en een oscillator (voor de aandrijving) uitgewerkt, die beide met transistors werken.

[9]) Op voorstel van J. H. J. Lorteije, van dit laboratorium.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

EEN „TL" LAMP MET VERHOOGD LICHTRENDEMENT

door H. J. J. van BOORT *).

621.327.534.15

Gedurende de twintig jaar van zijn bestaan heeft de „TL" lamp een stijging van het lichtrendement van ca. 40 lm/W tot ca. 70 lm/W te zien gegeven. Aanvankelijk bleven door de eigenaardige kleur van het „TL" licht de toepassingen beperkt, maar door het beschikbaar komen van nieuwe fluorescentiepoeders is er ook wat dat betreft veel verbeterd. Hiermee heeft de ontwikkeling van de „TL" lampen een stadium bereikt waarin geen revolutionaire verbeteringen meer worden verwacht. Toch is er, zoals uit dit artikel blijkt, op een aantal detailpunten nog winst te boeken. Met betrekking tot een der aspecten van de „TL" lamp, nl. de gasontlading, heeft men onlangs een aantal verbeteringen ingevoerd die met elkaar een verdere stijging van het lichtrendement tot 75 lm/W hebben mogelijk gemaakt.

De ontwikkeling der „TL" lampen

De eerste „TL" lampen, die rond 1940 in de handel werden gebracht, hadden een lichtopbrengst van ca. 40 lm/W. Vergeleken met de gloeilamp, was dit een zo hoge waarde dat men met de ongewone kleur en kleurweergave, die noch met gloeilampenlicht, noch met daglicht overeenkwamen, voorlopig genoegen nam. Sindsdien hebben de „TL" lampen vele verbeteringen ondergaan, die meestal te danken waren aan de verhoging van de kwaliteit van het fluorescerende poeder, waarmee de wand van de buis is bedekt en waarin het uit de gasontlading afkomstige ultraviolette licht in zichtbaar licht wordt omgezet. De kwaliteit van het poeder wordt daarbij bepaald zowel door de kleur en de kleurweergave van het uitgezonden licht, als door het quantumrendement.

Onder quantumrendement verstaat men het quotiënt van het aantal door het poeder uitgezonden quanta en het aantal hierdoor geabsorbeerde quanta. Thans wordt als fluorescerend poeder meestal gebruikt een calciumhalofosfaat, geactiveerd met mangaan en antimoon. Het quantumrendement van dit poeder is in de afgelopen twintig jaar geleidelijk omhooggebracht tot ongeveer 0,70. Hiertoe was het nodig een bereidingswijze te ontwikkelen waarmee een poeder van voldoende zuiverheid werd verkregen en waarbij de activatoren in de juiste hoeveelheid en met de juiste waardigheid in het rooster van het calciumhalofosfaat werden opgenomen [1]). Een hoog quantumrendement alleen garandeert echter nog niet dat de „TL" lamp een hoog lichtrendement heeft. Een bepaalde fractie van de ultraviolette straling wordt nl. niet door het poeder geabsorbeerd, maar gereflecteerd in de richting van de ontlading en daar voor een gedeelte in warmte omgezet. De totale hoeveelheid gereflecteerde straling is des te groter naarmate er in het poeder meer kleine korrels en dus meer reflecterende oppervlakken aanwezig zijn [2]). Het lichtrendement steeg dan ook aanzienlijk toen het, door gebruik te maken van een hydrocycloon, mogelijk werd de kleine korrels uit het poeder te verwijderen. Een hydrocycloon (*fig. 1*) bestaat in hoofdzaak uit een klein

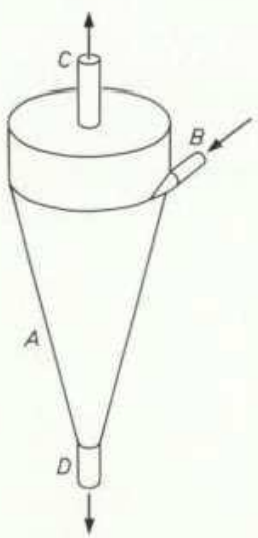

Fig. 1. Hydrocycloon, waarmee de kleine korrels uit het fluorescerende poeder kunnen worden verwijderd. Gemengd met een grote hoeveelheid water, wordt het poeder door de buis *B* in het conische vat *A* (hoogte b.v. 10 cm) gepompt. Door een ingewikkeld krachtenspel in de in het vat ronddraaiende watermassa worden de korrels in twee fracties gescheiden. Korrels beneden een bepaalde diameter verlaten het vat door de buis *C*, de overige worden afgevoerd door de buis *D*.

conisch vat *A* (hoogte b.v. 10 cm), met een zijbuis *B* waardoor het poeder, vermengd met een grote hoeveelheid water, in tangentiële richting in het vat wordt gepompt. Onder invloed van een ingewikkeld krachtenspel in de ronddraaiende watermassa worden de deeltjes met afmetingen kleiner

*) Philips' Hoofdindustriegroep Licht, Ontwikkelafdeling te Roosendaal.

[1]) W. L. Wanmaker, A. H. Hoekstra en M. G. A. Tak, Philips Res. Repts. **10**, 11, 1955.

[2]) J. L. Ouweltjes, Elektrizitätsverwertung **33**, 293, 1958.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dan een bepaalde waarde, die afhangt van de afmetingen van het vat, naar het midden van het vat gedreven, waar ze door de vloeistofstroom worden meegesleurd en door de axiale buis C worden afgevoerd. De grotere deeltjes verlaten het vat met een kleine hoeveelheid water onderaan door de buis D.

Van de mogelijkheid om door kleine wijzigingen in de samenstelling van het fluorescerende poeder de kleur van het uitgezonden licht te veranderen, heeft men gebruik gemaakt om een aantal types „TL" lampen te vervaardigen, die elk aan bepaalde wensen tegemoet komen. De voornaamste types zijn de „daglicht" lamp, die overdag kan worden gebruikt om het daglicht te ondersteunen, de „warmwitte" lamp, die met gloeilampen kan worden gecombineerd, en de „witte" lamp, waarvan de kleur het midden houdt tussen de kleuren der beide andere types. Behalve de kleur speelt ook de spectrale samenstelling van het licht een belangrijke rol, daar deze de kleurweergave bepaalt, dat wil zeggen de mate waarin de kleuren van alle mogelijke voorwerpen in het desbetreffende licht natuurgetrouw zijn [3]). De vereisten voor een goede kleurweergave zijn tot op zekere hoogte tegenstrijdig met die voor een hoog lichtrendement. De tegenwoordig in de handel zijnde „TL" lampen kunnen worden verdeeld in twee categorieën, de „standaard" lampen en de „de luxe" lampen, in elk waarvan de drie kleurtypes „daglicht", „wit" en „warm wit" vertegenwoordigd zijn. Bij de standaardlampen worden niet al te hoge eisen aan de kleurweergave gesteld, zodat men alle nadruk op het hoge lichtrendement kan laten vallen. Voor de „de luxe" lampen is dit juist andersom; door wat van het lichtrendement prijs te geven, heeft men lampen met een zeer goede kleurweergave kunnen realiseren.

In tegenstelling tot de vrijwel onafgebroken ontwikkeling van de fluorescerende poeders, heeft de gasontlading, waarin de ultraviolette straling ontstaat, gedurende lange tijd maar weinig verandering ondergaan. Nu er de laatste jaren een tendentie gaande is om het lichtrendement van de „TL" lampen zo hoog mogelijk op te voeren, hebben we daarin aanleiding gevonden om eens nauwkeurig te onderzoeken of de gasontlading nog mogelijkheden bood om het lichtrendement verder te verhogen.

Deze mogelijkheden bleken inderdaad aanwezig te zijn. In een gasontlading wordt nl., behalve de ultraviolette straling, een hoeveelheid warmte geproduceerd, en deze is groter dan nodig is voor het in stand houden van de ontlading. We hebben een aantal maatregelen kunnen nemen waardoor de hoeveelheid te veel opgewekte warmte kleiner wordt, en we zijn er zo in geslaagd het lichtrendement met ca. 4% te verhogen. Deze maatregelen zullen het eerst worden toegepast in de witte standaard lamp, die door een recente verbetering van het fluorescerende poeder reeds een rendementsverhoging van ca. 3% heeft ondergaan. In het geheel genomen is het lichtrendement van de genoemde lamp derhalve met ca. 7% gestegen tot 75 lm/W. Deze waarde heeft alleen betrekking op de lamp zelf, dus niet op de lamp met voorschakelapparatuur.

We willen de verschillende maatregelen ter beperking van de warmteverliezen afzonderlijk in detail behandelen. Aangezien daarvoor enig inzicht in de werking van de gasontlading in de „TL" lamp is vereist, geven we daarvan eerst een beknopte beschrijving.

De gasontlading

De spanning over een stabiel brandende „TL" lamp van 40 W bedraagt ca. 100 V. In *fig. 2* is weergegeven op welke wijze deze spanning over de lengte van de buis is verdeeld. In smalle, onmiddellijk aan de elektrodes grenzende gebieden KB en CA, elk met een lengte van slechts enkele mm, zijn spanningen van 5 V (katodeval) en 8 V (anodeval) geconcentreerd. In het gebied BC, de „positieve

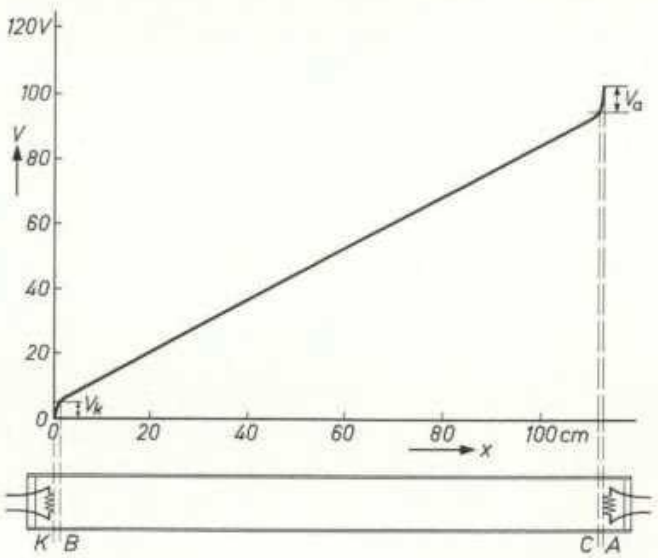

Fig. 2. Verloop van de potentiaal V in een 40 W „TL" lamp als functie van de afstand x tot de katode K. A is de anode. In het gedeelte BC, de positieve zuil, waarin de gewenste kwikstraling wordt opgewekt, is het verloop rechtlijnig, zodat er een van x onafhankelijke veldsterkte heerst. In de kleine gebieden KB en CA zijn relatief grote spanningen geconcentreerd: 5 V bij de katode (katodeval) en 8 V bij de anode (anodeval). De onder de grafiek weergegeven „TL" lamp is niet op schaal getekend.

[3]) Zie b.v. A. A. Kruithof en J. L. Ouweltjes, Kleur en kleurweergave van „TL" lampen, Philips techn. T. **18**, 221-232, 1956.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

zuil", stijgt de potentiaal rechtlijnig, zodat daar een constante veldsterkte heerst.

De elektrische stroom door de buis — ongeveer 0,4 A — wordt voor het grootste gedeelte gedragen door vrije elektronen die door de gloeiende katode worden geëmitteerd en zich van daar naar de anode bewegen. Daarnaast zijn er positieve kwikionen, die relatief langzaam in tegenovergestelde richting gaan. Niettegenstaande de versnellende werking van het elektrische veld is de gemiddelde snelheid van de elektronen in de positieve zuil constant. Dit betekent dat een elektron bij zijn botsingen met de atomen van het gas dat zich in de buis bevindt — en dat voor het overgrote deel (99,8%) uit een zg. vulgas (b.v. argon) en voor de rest uit kwik bestaat — gemiddeld evenveel energie verliest als het tussen twee botsingen uit het veld opneemt. Deze botsingen kunnen elastisch en niet-elastisch zijn. Door de elastische botsingen stijgt de temperatuur van het gas, totdat er een evenwicht is ontstaan met de afgifte van warmte aan de omgeving. Deze situatie gelijkt op die van de elektriciteitsgeleiding in metalen, waar de elektronen voortdurend worden geremd door de ionen van het rooster en daarbij een deel van hun energie in de vorm van warmte aan het rooster afgeven. In tegenstelling tot de geleiding in metalen doet zich echter bij de geleiding in gassen het verschijnsel voor van het verdwijnen van ladingdragers, doordat elektronen en positieve ionen naar de wand van de buis diffunderen en daar recombineren tot neutrale atomen. Dit verlies wordt in de positieve zuil gecompenseerd door voortdurende ionisatie van kwikatomen, met name als gevolg van niet-elastische botsingen tussen kwikatomen en snelle elektronen. Aangezien het aantal ionisaties per seconde sterk van de snelheid der elektronen afhangt, stelt zich het evenwicht tussen het verlies van ladingdragers door recombinatie en het terugwinnen ervan door ionisatie slechts bij een zeer bepaalde waarde van de veldsterkte in. De ontlading kan derhalve slechts stabiel zijn wanneer de potentiaalverdeling in de positieve zuil zich zo heeft ingesteld dat de veldsterkte de vereiste waarde heeft. In de beschouwde lamp bedraagt de veldsterkte 0,8 V/cm.

Hoewel de genoemde processen (ladingtransport, warmteafgifte, recombinatie en ionisatie) essentieel zijn voor het in stand houden van de ontlading, zijn ze slechts bijzaak voor het eigenlijke doel, nl. het door middel van niet-elastische botsingen tussen elektronen en kwikatomen opwekken van de ultraviolette kwikstraling (2537 Å). We kunnen ons in verband hiermee afvragen waarom de buis voornamelijk is gevuld met argon, terwijl het juist te doen is om de straling van kwikatomen. Nu is het uiteraard mogelijk een gasontlading tot stand te brengen in een gas dat uitsluitend uit kwik bestaat, maar, bij een voor een redelijke opbrengst van 2537-Å-quanta vereiste druk van het kwik, gaat een groot deel van de opgewekte straling weer door zelfabsorptie verloren. Onder zelfabsorptie verstaat men het verschijnsel dat een door een kwikatoom uitgezonden 2537-Å-quantum op zijn weg naar de buiswand wordt onderschept door een ander kwikatoom en dit in aangeslagen toestand brengt. Weliswaar kan het quantum dan opnieuw worden uitgezonden, maar er is een bepaalde kans dat de aanslagenergie op een of andere wijze in warmte wordt omgezet en dus voor de lichtopwekking verloren gaat. Verlagen we de kwikdruk, dan wordt de kans op zelfabsorptie kleiner, maar tegelijk wordt de vrije weglengte van de elektronen groter. Bij een met betrekking tot de zelfabsorptie gunstige waarde van de kwikdruk is de vrije weglengte zo groot dat de elektronen tussen katode en anode nog maar enkele atomen ontmoeten, zodat er dan vrijwel geen aanslag meer plaats vindt. Door het toevoegen van argon wordt de vrije weglengte verkleind, zonder dat het argon de energie der elektronen door niet-elastische botsingen in noemenswaardige mate aftapt. Er zijn nl. maar zeer weinig elektronen die voldoende energie hebben om een argonatoom aan te slaan of te ioniseren. Ten gevolge van de aanwezigheid van de argonatomen beschrijven de elektronen zigzagbanen, waarvan de totale lengte honderden malen groter is dan de afstand tussen katode en anode, zodat de kans op botsingen tussen elektronen en kwikatomen hierdoor veel groter wordt. Er mag echter niet te veel argon worden toegevoegd, aangezien de elektronen bij elke elastische botsing met een argonatoom daaraan toch een deel van hun energie afgeven. Dit deel is weliswaar zeer klein, maar wanneer het aantal botsingen zeer groot wordt, gaat er hierdoor toch een aanzienlijke hoeveelheid energie in de vorm van aan de omgeving afgestane warmte verloren. Gebruikelijke waarden voor de partiële drukken van argon en kwik in de brandende lamp zijn resp. ca. 2,8 torr en ca. 0,006 torr.

We hebben reeds opgemerkt dat de potentiaal in de zuil een rechtlijnig verloop heeft. Dit wijst erop dat in dat gedeelte van de buis geen ruimtelading aanwezig is, met andere woorden er zijn per cm^3 evenveel elektronen als positieve ionen. (Aangezien de gemiddelde snelheid van de ionen honderden malen kleiner is dan die der elektronen, leveren de ionen geen noemenswaardige bijdrage tot de elektrische stroom.) In elk der gebieden *KB* en *CA*

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

(fig. 2) bestaat echter wel een ruimtelading, van ionen bij de katode en elektronen bij de anode, en dientengevolge een groter potentiaalverval (resp. katode- en anodeval) en een sterker elektrisch veld dan in de zuil. Bij de katode worden door dit sterke veld de ionen zodanig versneld dat ze bij aankomst op het katodeoppervlak daaraan voldoende energie kunnen afgeven om de katode op de voor de emissie van elektronen gewenste temperatuur te brengen. De katode is bedekt met een emitterend materiaal, b.v. een mengsel van BaO, CaO en SrO, dat voor een lage waarde van de uittreepotentiaal der elektronen zorgt, zodat een betrekkelijk lage temperatuur (ca. 1250 °K) reeds voldoende is. Bij een stabiel brandende lamp heeft de potentiaalverdeling en daardoor de gemiddelde snelheid van de ionen bij de katode zich zo ingesteld dat die temperatuur wordt bereikt waarbij juist zoveel elektronen worden geëmitteerd als nodig is voor het in stand houden van de ontlading. De katodeval heeft dus een nuttige functie. De anodeval daarentegen verlaagt alleen maar het lichtrendement: door het sterke veld bij de anode worden de elektronen versneld in de richting van de anode, waaraan ze hun kinetische energie afgeven, zodat de anode op een onnodig hoge temperatuur komt.

Het moge uit de beschrijving duidelijk zijn geworden dat de geleiding van elektrische stroom in het gas tot stand komt door een uiterst gecompliceerd samenspel van allerlei factoren. Zo hebben we te maken gehad met drie evenwichten, nl. tussen het verdwijnen en terugwinnen van ladingdragers, tussen de door het gas opgenomen en afgestane warmte en tussen het ionenbombardement en de elektronenemissie van de katode. De lamp kan slechts stabiel branden wanneer deze en nog andere, niet genoemde, evenwichten blijven bestaan en bovendien op elkaar zijn afgestemd. Sluiten we een „TL" lamp rechtstreeks aan op een normale spanningsbron, dan wordt deze stabiele toestand in het geheel niet bereikt; de stroom blijft toenemen totdat een of ander onderdeel van de lamp wordt vernield. Een „TL" lamp moet daarom steeds worden gebruikt in serie met een stroombegrenzer, die in geval van voeding uit een wisselstroomnet kan bestaan in een spoel met voldoende zelfinductie. Uiteraard vervullen bij voeding met wisselstroom de elektrodes beurtelings de functie van katode en anode.

De uit de ontlading afkomstige kwikstraling wordt voor een groot deel geabsorbeerd door het fluorescerende poeder, dat zich op de wand van de buis bevindt, en daardoor in zichtbaar licht omgezet. Op dit aspect van de „TL" lamp — waarom het feitelijk begonnen is — zullen we niet verder ingaan.

Verhoging van het lichtrendement

Verlaging van de vuldruk

In *fig. 3* is de variatie van het lichtrendement van een „TL" lamp weergegeven als functie van de druk van het vulgas, waarbij de kwikdruk constant is gehouden. Bij ca. 1,8 torr heeft het rendement een maximum. Rechts daarvan daalt het rendement doordat de elektronen in de positieve zuil een steeds

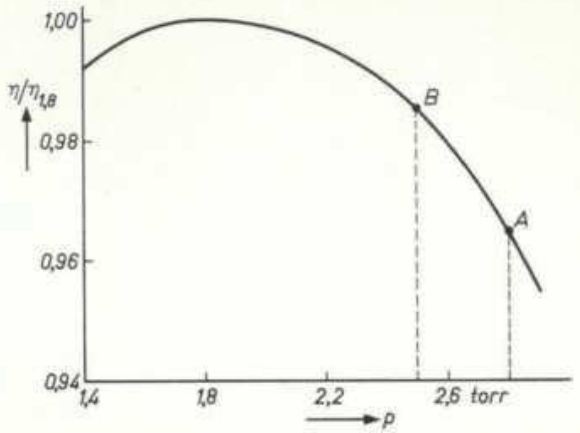

Fig. 3. Verloop van het lichtrendement η, gedeeld door de waarde $\eta_{1,8}$ in het maximum, als functie van de druk p van het vulgas argon. Door verlaging van de tot nu toe gebruikelijke druk van 2,8 torr (punt A) tot 2,5 torr (B), is het lichtrendement met ca. 2% gestegen.

groter gedeelte van hun energie door elastische botsingen aan het vulgas afgeven. De daling van het rendement bij afnemende druk, aan de linkerzijde van het maximum, is het gevolg van het groter worden van de vrije weglengte. Beide effecten hebben we in de vorige paragraaf aangestipt.

Men ziet dat de tot nu toe gebruikelijke druk van het vulgas (2,8 torr) niet overeenkomt met het hoogste bereikbare lichtrendement. Dit houdt verband met een nog niet genoemde nevenfunctie van het vulgas, nl. het beperken van de vrije weglengte van de ionen in de katodeval. Zonder deze beperking zouden de ionen met zo grote snelheid op de katode vallen dat een hevige verstuiving van het emitterend materiaal zou optreden. Onder deze omstandigheden zou de lamp een zeer korte levensduur hebben. Men is dus in de keuze van de argondruk sterk afhankelijk van de mate waarin de katode tegen het ionenbombardement bestand is, en heeft daardoor deze druk, die vroeger nog veel hoger werd gekozen, niet beneden 2,8 torr kunnen verlagen. Hierin is thans verandering gekomen doordat we een elektrodeconstructie hebben toegepast die meer emitterend materiaal kan bevatten en bovendien dit materiaal beter vasthoudt en dus in mindere mate de bescherming door het vulgas nodig heeft. We worden daardoor in staat gesteld de druk van het vulgas verder te verlagen tot 2,5 torr, waardoor

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

het lichtrendement stijgt met ca. 2%. Ook bij een nog lagere druk, van b.v. 2,2 torr, zou deze elektrode het ionenbombardement wel kunnen verdragen, maar dan treden er andere ongewenste verschijnselen op. Het valt echter buiten het bestek van dit artikel om hierop verder in te gaan.

Ring om de elektrodespiraal

Zoals reeds vermeld, zijn er in een brandende lamp bij de elektrodes potentiaalverschillen van respectievelijk ongeveer 5 en 8 V geconcentreerd. In de katodeval wordt $5 \times 0{,}4 = 2$ W elektrisch vermogen in warmte omgezet. Het grootste deel daarvan wordt gebruikt om de katode op de emissietemperatuur te houden; het overige deel gaat verloren. Het vermogen dat bij de anode wordt gedissipeerd en dat gelijk is aan $8 \times 0{,}4 = 3{,}2$ W, draagt niet bij tot het in stand houden van de ontlading en moet eveneens als verloren worden beschouwd. Het is nu, zuiver empirisch, gebleken dat deze zg. elektrodeverliezen kleiner worden wanneer om de elektrodes een hiervan geïsoleerde metalen ring is aangebracht (*fig. 4*). De met deze vermindering van de verliezen overeenkomende stijging van het lichtrendement bedraagt ca. 2%. Over de invloed van de ring op de ontlading is zeer weinig bekend, zodat we de eigenlijke oorzaak van deze rendementsverbetering niet kunnen aangeven. Evenmin kunnen we een onaangenaam bijverschijnsel verklaren, nl. dat door de aanwezigheid van de ring het emitterend materiaal wat sneller wordt verbruikt. In verband met het laatstgenoemde effect is de ring tot dusver slechts in enkele gevallen toegepast. Thans kan de ring ook in de gangbare „TL" lampen worden aangewend, mits we gebruik maken van de reeds genoemde verbeterde elektrode. De levensduur blijft dan aan de gestelde normen voldoen.

Door het aanbrengen van de ring hebben we bovendien bereikt dat de verstuivingsprodukten van de katode worden opgevangen, zodat deze niet meer op de uiteinden van de buis terecht komen. Het voordeel hiervan is dat het vroeger optredende zwart worden wordt voorkomen en de lamp daardoor gedurende zijn gehele levensduur over de volle lengte dezelfde helderheid behoudt.

Aanpassing van het opgenomen vermogen

Door de genomen maatregelen zijn enkele verliezen verminderd: de afgifte van warmte aan de omgeving en de elektrodeverliezen. Dit betekent dat de nieuwe lamp, gebruikt in combinatie met een gestandaardiseerd voorschakelapparaat, in eerste instantie dezelfde hoeveelheid licht produceert als de oude uitvoering, maar daarvoor een kleiner

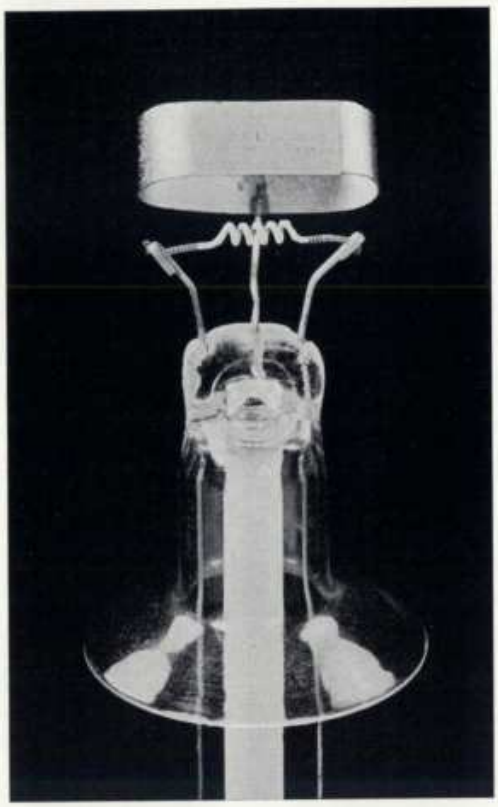

Fig. 4. Wordt de elektrodespiraal omgeven door een geïsoleerde platte metalen ring, dan blijken de zg. elektrodeverliezen kleiner te worden. Het lichtrendement stijgt daardoor met ca. 2%. — Om op de foto de elektrodespiraal zelf zichtbaar te maken, is de ring achterover gebogen. Vergroting ca 1,5×.

vermogen nodig heeft. De lamp blijkt inderdaad slechts 38,6 W op te nemen in plaats van 40 W.

We willen het opgenomen vermogen weer op 40 W brengen en daarbij de afmetingen van de lamp ongewijzigd laten. Dit kan gebeuren door het vulgas argon gedeeltelijk te vervangen door neon [4]). Neonatomen zijn veel kleiner en lichter dan argonatomen, zodat na de gedeeltelijke vervanging van argon door neon de kwikionen minder in hun beweging gehinderd worden. Als gevolg hiervan diffunderen de kwikionen in een groter aantal naar de buiswand, waar ze, zoals we hebben gezien, met elektronen recombineren tot neutrale atomen, en er gaan dus meer ladingdragers verloren. Dit extra verlies wordt gecompenseerd doordat, door een kleine verschuiving in de hiervoor beschreven evenwichten, de veldsterkte in de zuil wat groter wordt en het aantal ionisaties dientengevolge toeneemt. Door het groter worden van de veldsterkte stijgt ook de spanning over de gehele buis, en bij een geschikte keuze van de partiële druk van neon (0,7 torr) is het opgenomen vermogen weer gelijk aan 40 W. Gelukkig blijkt, bij de genoemde partiële

[4]) Deze reeds lang bekende methode om het opgenomen vermogen van een gasontlading te verhogen, is eveneens voor een buisvormige fluorescentielamp toegepast door D. D. Hinman en R. S. Fox, Illum. Engng. **56**, 222, 1961.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

druk, de aanwezigheid van neon geen nadelige invloed te hebben op het lichtrendement. Bij hogere drukken is dit wel het geval.

Om dezelfde reden als die we zojuist hebben opgegeven voor het extra verlies van ladingdragers — nl. de grotere bewegingsvrijheid — is het bombardement van de kwikionen op de katode in het argon-neon-mengsel heviger dan in zuiver argon van dezelfde druk, en dit betekent weer een sterkere verstuiving van het emitterend materiaal. De eigenschappen van de nieuwe elektrode zijn echter zoveel gunstiger dan die van de oude dat daardoor ook de verkorting van de levensduur die door de gedeeltelijke vervanging van argon door neon zou worden veroorzaakt, wordt gecompenseerd. In de nu volgende paragraaf willen we de constructie en de eigenschappen van deze elektrode beschrijven.

Wijziging van de elektrodeconstructie

Terwijl de tot nu toe gebruikelijke elektrodeconstructie bestaat in een dubbelgespiraliseerde wolfraamdraad, berust de nieuwe op de toepassing van de zg. tripelspiraal. Deze, reeds enige tijd bekende, vorm van elektrode [5]) hebben we zodanig gedimensioneerd dat hij in een 40 W „TL" lamp kan worden toegepast.

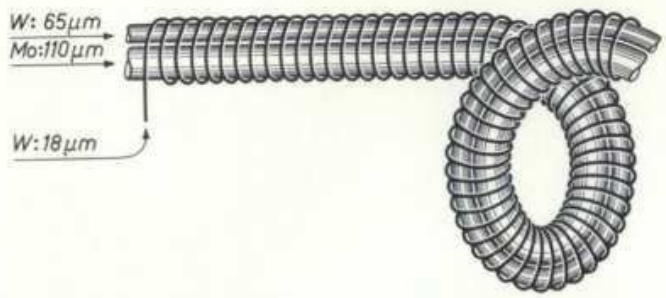

Fig. 5. Een zg. tripelspiraal wordt verkregen door een samengestelde „draad" tot een dubbelspiraal te wikkelen. De samengestelde draad bestaat uit een wolfraamdraad (diameter 65 μm) en een evenwijdig hieraan gelegen molybdeendraad (110 μm), waaromheen een zeer dunne wolfraamdraad (18 μm) wordt gewikkeld. Nadat de molybdeendraad is verwijderd door hem in een sterk zuur op te lossen, ligt de dunne wolfraamdraad zeer los om de dikke heen.

Voor de vervaardiging van deze elektrode gaan we uit van een wolfraamdraad (diameter 65 μm), een parallel hiermee gelegen molybdeendraad (110 μm) en een om deze draden gewikkelde, zeer dunne wolfraamdraad (18 μm) (*fig. 5*). Van deze samengestelde „draad" wordt, met behulp van een molybdeendoorn en een stalen doorn, een dubbele spiraal gemaakt, waarna de stalen doorn eruit wordt getrokken en de twee molybdeendraden in een sterk zuur worden opgelost (*fig. 6*). De naam tripelspiraal slaat op de nu driemaal gespiraliseerde dunne

[5]) J. O. Aicher, U. S. Patent no. 2 306 925.

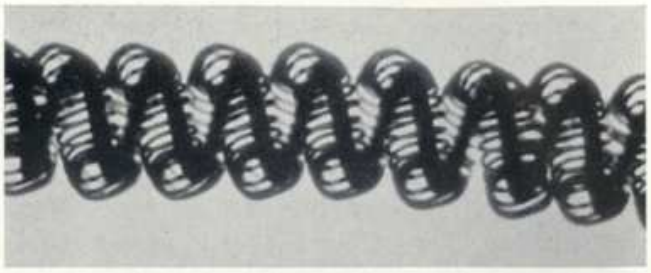

Fig. 6. Foto van een gedeelte van een tripelspiraal die nog niet met emitterend materiaal is bedekt. Vergroting 10×. (De opname is gemaakt van een recht stuk van de spiraal.)

wolfraamdraad, waarmee de dikkere draad (de kerndraad) omsponnen is. Door deze omspinning wordt het emitterend materiaal, dat op de spiraal wordt aangebracht, beter vastgehouden dan bij een enkele draad het geval is. Maken we de diameters van de kerndraad en de omspinning voldoende groot dan kan een tripelspiraal bovendien ongeveer 50% meer emitterend materiaal bevatten dan een gewone dubbelspiraal. Hoewel in de nieuwe lamp het ionenbombardement op de katode veel heviger is dan bij de oude uitvoering, heeft hij door deze gunstige eigenschappen van de tripelspiraal toch een minstens even lange levensduur.

De diameter van de kerndraad hebben we zo groot gekozen, omdat de ontladingsstroom door een gedeelte van deze draad vloeit en hierin jouleverliezen veroorzaakt, die het lichtrendement benadelen, en die we daarom zoveel mogelijk willen beperken. De uiteinden van de spiraal kunnen nl. niet met emitterend materiaal worden bedekt, omdat het materiaal hier ter plaatse bij het ontgassen van de buis tijdens de fabricage geen voldoend hoge temperatuur zou bereiken; de ontlading gaat nu juist staan op de grens van de emitter nabij de pool P_1 waardoor de stroom de buis verlaat, en de stroom vloeit door het onbedekte stukje kerndraad aan deze zijde (*fig. 7*). De hierdoor veroorzaakte

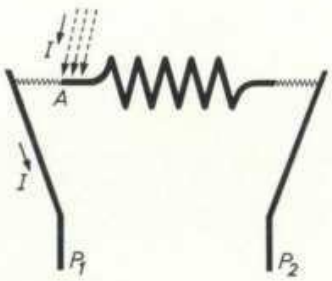

Fig. 7. Bij een nieuwe elektrode gaat de ontlading staan op de grens A tussen het met emitterend materiaal bedekte en het onbedekte deel van de spiraal (zie ook fig. 4), aan de zijde van de pool P_1 waardoor de ontladingsstroom I de buis verlaat. De stroom door een brandende lamp veroorzaakt immers een potentiaalverval langs de elektrodespiraal, en het bombardement van de positieve ionen concentreert zich op de plaats met de laagste potentiaal waar zich nog emitterend materiaal bevindt. De pool P_2 is slechts elektrisch verbonden wanneer er ten behoeve van de voorverhitting een gloeistroom door de spiraal moet vloeien.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

jouleverliezen zijn des te onaangenamer omdat ze tijdens de levensduur van de lamp geleidelijk toenemen: door verstuiving van het emitterend materiaal op de plaats waarop de ontlading staat, verplaatst de ontlading zich steeds verder van de genoemde pool, en het lichtrendement van de lamp vertoont dus een geleidelijke, zij het geringe, daling.

Door het kiezen van een dikke kerndraad wordt dus zowel het aanvankelijke jouleverlies als de geleidelijke toeneming daarvan tegengegaan. Aan de te kiezen dikte wordt een grens gesteld doordat men nog aan een bijkomende voorwaarde moet voldoen. Bij de meest gebruikte schakelingen van een „TL" lamp worden de elektrodes tijdens het ontsteken voorverhit met behulp van een gloeistroom. De weerstand per lengte-eenheid van de elektrodespiraal moesten we daarom in ieder geval hoog genoeg houden om de elektrode binnen een gestelde tijdslimiet op de gewenste temperatuur te laten komen.

Doordat we de diameter van de kerndraad zo groot mogelijk hebben gekozen, zijn de jouleverliezen in de spiraal niet groter dan bij een dubbelspiraal. De ter handhaving van de levensduur ingevoerde tripelspiraal verhindert dus niet dat het volle profijt wordt getrokken van de maatregelen ter verbetering van het lichtrendement en ter aanpassing van het vermogen. Hierdoor, en door de aan het begin vermelde verbetering van de kwaliteit van het fluorescerende poeder, heeft de lichtstroom van de witte standaard „TL" lamp van 40 W de waarde van 3000 lm bereikt.

Samenvatting. De ontwikkeling der „TL" lampen heeft zich gedurende de laatste jaren voornamelijk afgespeeld op het terrein van de fluorescerende poeders. Door nauwkeurig onderzoek van het andere aspect van de „TL" lamp, de gasontlading, zijn ook hierin een aantal mogelijkheden gevonden om het lichtrendement, te verhogen. De afgifte van warmte aan de omgeving en de elektrodeverliezen worden kleiner door resp. de druk van het vulgas te verlagen en om de elektrodespiralen een geïsoleerde metalen ring aan te brengen. Door deze vermindering van verliezen gebruikt een lamp, die in de vroegere uitvoering 40 W opnam, bij gelijkgebleven lichtstroom, slechts 38,6 W. Het opgenomen vermogen kan, zonder verlaging van het lichtrendement weer op 40 W worden gebracht door een gedeelte van het vulgas argon te vervangen door neon. Door alle drie de maatregelen neemt de katodeverstuiving toe, maar de invloed hiervan op de levensduur kan worden onderdrukt door de gebruikelijke dubbelgespiraliseerde elektrode te vervangen door een zg. tripelspiraal, die thans door een speciale dimensionering geschikt is gemaakt voor een „TL" lamp van 40 W. Een dergelijke spiraal houdt het emitterend materiaal beter vast en kan bovendien ongeveer 50% meer van dit materiaal bevatten dan een dubbelspiraal. Worden de genoemde wijzigingen aangebracht in een witte standaard „TL" lamp van 40 W, dan leidt dit, mede dank zij een recente verbetering van het fluorescerende poeder, tot de realisatie van een lamp met een lichtrendement van 75 lm/W.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!